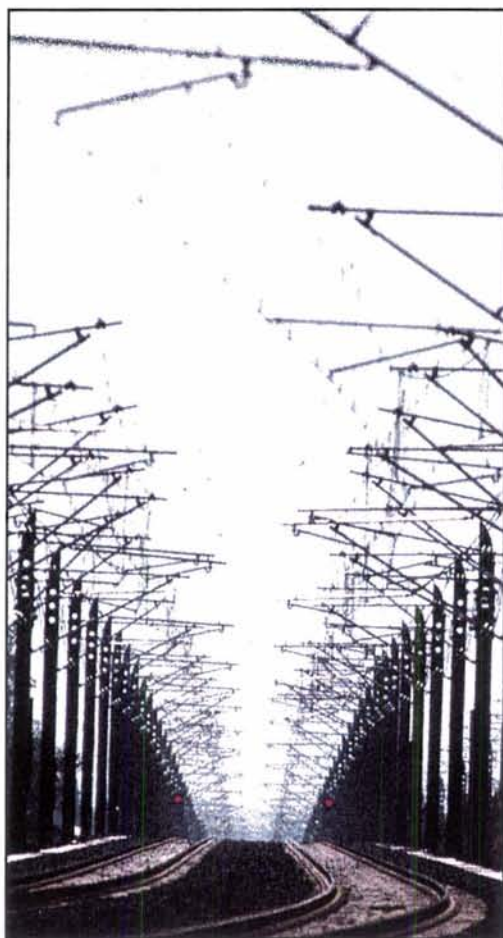


KONTAKTLEDNINGSTEKNIKK

Kompendium

**Impedanser, spenningsfall,
sporstrømmer og potensialer**



Jernbaneverket

Jernbaneverket
Biblioteket

1	FORORD	3
2	SYMBOLER OG SUFFIKSER	4
3	IMPEDANSER OG SPENNINGSFALL	5
3.1	MÅLING AV STREKNINGSIMPEDANSEN.....	5
3.2	SPENNINGSFALL.....	6
3.2.1	<i>Eksempel 1</i>	8
3.2.2	<i>Eksempel 2</i>	9
3.2.3	<i>Eksempel 3</i>	9
3.3	BEREGNINGER AV STREKNINGSIMPEDANSEN.....	10
3.3.1	<i>Den gjensidige impedans</i>	11
3.3.2	<i>Kontaktledningsimpedansen</i>	13
3.3.3	<i>Sporimpedansen</i>	17
3.3.4	<i>Strekningimpedansen</i>	23
3.4	SPENNINGSFALL.....	24
3.4.1	<i>Eksempel 1</i>	25
4	SPORSTRØMMER OG POTENSIALER	27
4.1	PARAMETERVALG.....	27
4.2	SYSTEM A.....	28
4.3	SYSTEM B.....	29
4.4	SYSTEM C.....	29
5	REFERANSER	35
6	VEDLEGG	36

Jernbaneverket
Biblioteket

1 FORORD

Kompendiet gir en oppsummering av impedanser, spenningsfall, sporstrømmer og potensialer i Jernbaneverkets kontaktledningsanlegg. Teorien eksemplifiseres med talleksemples og grafer.

Kompendiet er ment som et supplement til referanselitteraturen. Følgelig er innholdet fremstilt mindre pedagogisk enn det vi normalt er vant med. Det forutsettes at leserne har gode kunnskaper innenfor fagområdet. Utarbeidelsen er gjort på fritiden som et ledd i en selvstudiumsprosess, og kompendiet er følgelig ikke et offisielt Jernbaneverkdokument.

En spesiell takk til Per Sture for gode faglige drøftelser og avklaringer.

Frode Nilsen
Oslo 11.05.2003

2 SYMBOLER OG SUFFIKSER

Symboler:

Z: Strekningsimpedans [ohm]

Z': Strekningsimpedans [ohm/km]

L: Matelengde [km]

I_{kl} : Kontaktledningsstrøm [A]

f: Frekvens [Hz]

κ : Jordens ledningsevne $\left[\frac{S}{cm} \right]$

κ_{skinn} : Skinnens spesifikke ledningsevne eller konduktivitet $\left[\frac{S}{cm} \right]$

μ_r : Relativ permeabilitet for skinnen

μ_0 : Permeabilitet i vaccum

Y: Avledning $\left[\frac{S}{km} \right]$

γ : Gangkonstant $\left[\frac{1}{km} \right]$

ζ : Bølgeimpedans [Ω]

k_1, k_2, k_3 : Andelsfaktorer

I_F : Fremstrøm [A]

I_m : Magnetiseringsstrøm [A]

L_{be} : Belastningspunkt

L_{ne} : Returledningens nedføringspunkt

S: Sugetransformatoravstand [km]

Suffikser:

KL: Kontaktledning

kt: Kontakttråd

bli: Bæreline

s: Spor

3 IMPEDANSER OG SPENNINGSFALL

Den totale impedansen i kontaktledningsanlegget betegnes "strekning impedansen", og kan bestemmes ved målinger eller teoretiske beregninger. Tallverdiene som er benyttet i de etterfølgende regneeksemplene er stort sett hentet fra måleresultater utført i begynnelsen av 1960-årene.

Strekning impedansen har symbolet Z [ohm] eller Z' [ohm pr. km]. Z er en kompleks størrelse og kan følgelig skrives på formen

$$Z = \operatorname{Re}(Z) + j\operatorname{Im}(Z) = |Z|e^{j\alpha}$$

og

$$\alpha = \arctan \frac{\operatorname{Im}(Z)}{\operatorname{Re}(Z)}$$

3.1 Måling av strekning impedansen

For eksisterende baner kan strekning impedansen Z bestemmes ved hjelp av målinger. Måleoppsettet er vist i vedlegg 1.

Alle impedanser i kretsen, også impedansen i sugetransformatorenes viklinger, filterimpedanser, overgangsmotstander i skruforbindelser og koblinger, m.m, er inkludert i den målte Z . Strekning impedansen er en funksjon av

- Frekvens
- Avstanden mellom kontaktledning og spor
- Avstanden mellom skinnestrengene
- Avstanden mellom kontaktråd og bæreline
- Radius i kontaktråd
- Radius i bæreline
- Jordens ledningsevne
- Skinnens omkrets
- Skinnens spesifikke ledningsevne
- Skinnens materialvalg.

Z er også avhengig av kontaktledningsstrømmen på grunn av skinnens relative permeabilitet. Dessuten vil Z -verdien avhenge av om vi har forsterkningsledning og/eller returledning.

Anta at det etableres en kortslutning mellom kontaktledning og spor 3,58 km fra omformerstasjonen (matepunktet). Strømmen I reguleres opp til ønsket verdi og vi avleser amperemeteret, voltmeteret og wattmeteret. Disse viser henholdsvis:

$$I=19 \text{ A}$$

$$U=23,8 \text{ V}$$

$$P=190 \text{ W}$$

Vi bearbeider måleresultatene og finner

$$P = UI \cdot \cos \varphi \quad \Rightarrow \quad \cos \varphi = \frac{P}{UI} = \frac{190 \text{ W}}{23,8 \text{ V} \cdot 19 \text{ A}} = 0,42 \quad \Rightarrow \quad \varphi = \arccos \varphi = 65,2 \text{ grader}$$

Strekningssimpedansen:

$$|Z| = \frac{U}{I} = \frac{23,8 \text{ V}}{19 \text{ A}} = 1,25 \ \Omega$$

eller

$$Z = 1,25 \cdot e^{j65,2} = 1,25 \cdot \cos 65,2 + j1,25 \cdot \sin 65,2 = 0,52 + j1,13 \ \Omega$$

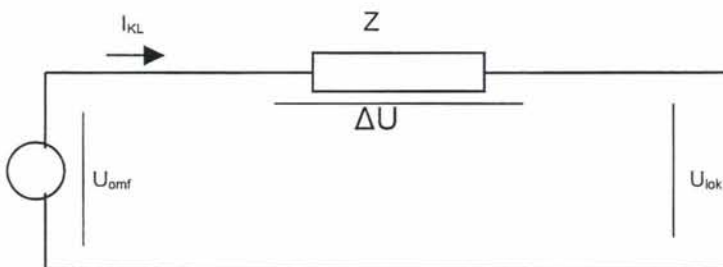
Strekningssimpedansen pr. km (kilometerimpedansen):

$$Z' = \frac{Z}{L} = \frac{0,52 + j1,13}{3,58} = 0,15 + j0,33 = 0,35 \cdot e^{j65,2} \ \frac{\Omega}{\text{km}}$$

3.2 Spenningsfall

Vi er nå i stand til å foreta spenningsfallsberegninger basert på den målte strekningssimpedansen.

Ekvivalentsskjema for kretsen:



Der

U_{omf} : Spenningen ut fra matestasjon/omformer i volt

U_{lok} : Spenning i volt ved belastningen som for vårt tilfelle er et lokomotiv

I_{KL} : Kontaktledningsstrømmen i ampere

Z : Strekningssimpedansen i ohm

ΔU : Spenningsfall i volt

Ohms lov gir oss:

$$\Delta U = U_{omf} - U_{lok} = \text{Re}(\Delta U) + j \text{Im}(\Delta U)$$

Da $\text{Im}(\Delta U)$ er liten kan vi sette at $(\Delta U) = U_{\text{omf}} - U_{\text{lok}} = \text{Re}(\Delta U) = \Delta U$

Herav:

$$\Delta U = |Z| \cdot I_{\text{KL}}$$

Anta at et lokomotiv trekker en strøm på 500 A ved km $X=3,58$ fra omformerstasjonen. Fra foregående kapittel har vi at

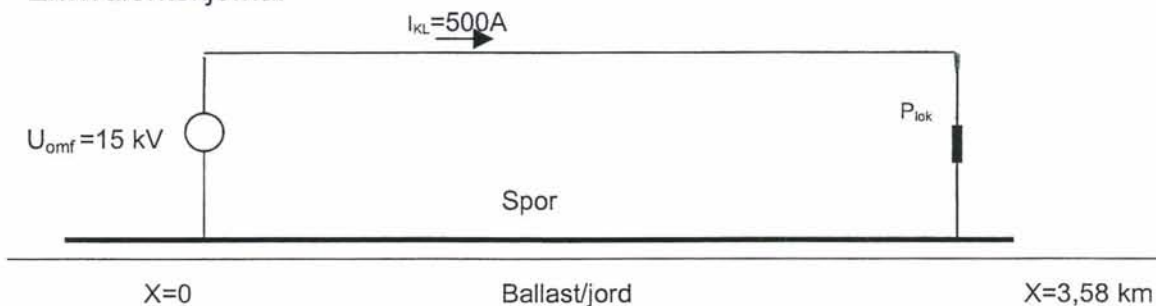
$$|Z| = 1,25 \Omega$$

og

$$|Z'| = 0,35 \frac{\Omega}{\text{km}}$$

Vi vil finne spenningsfallet, kontaktledningsspenningen ved lokomotivet og effekttapet i kl-anlegget. Anta at spenningen ut fra omformerstasjonen reguleres slik at den er konstant lik 15000 V.

Ekvivalentskjema:



Spenningsfall:

$$\Delta U = |Z| \cdot I_{\text{KL}} = 1,25 \Omega \cdot 500 \text{ A} = 625 \text{ V}$$

Eventuelt:

$$\Delta U' = |Z'| \cdot I_{\text{KL}} = 0,35 \frac{\Omega}{\text{km}} \cdot 500 \text{ A} = 175 \frac{\text{V}}{\text{km}}$$

Spenningen ved lokomotivet:

$$U_{\text{lok}} = U_{\text{omf}} - \Delta U = 15000 \text{ V} - 625 \text{ V} = 14375 \text{ V}$$

Effekttapet i overføringen:

$$\Delta P = \operatorname{Re}(Z) \cdot I_{\text{kl}}^2 = 0,52 \Omega \cdot 500 \text{ A}^2 = 135000 \text{ W} = 135 \text{ kW}$$

3.2.1 Eksempel 1

Vi tenker oss at vi utfører målinger av strekningsimpedansen på strekningen Mjølfjell-Voss. Det forutsettes ensidig mating fra Mjølfjell omformerstasjon. Kontaktledningen kortsluttes på Voss stasjon, $L=30,54 \text{ km}$ fra Mjølfjell omformer. Følgende størrelser og verdier måles:

$$U=849 \text{ V}$$

$$I=107,2 \text{ A}$$

$$P=56880 \text{ W}$$

Vi vil finne strekningsimpedansen i ohm og ohm/km, spenningsfallet når loket passerer Voss stasjon, lokomotivspenning og effekttap i overføringen.

Vi bearbejder måleresultatene og finner:

$$P = UI \cdot \cos \varphi \quad \Rightarrow \quad \cos \varphi = \frac{P}{UI} = \frac{56880}{849 \cdot 107,2} = 0,625 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 51,3 \text{ grader}$$

Den søkte strekningsimpedansen:

$$|Z| = \frac{U}{I} = \frac{849 \text{ V}}{107,2 \text{ A}} = 7,92 \Omega$$

eller

$$Z = 7,92 \cdot e^{j51,3} = 7,92 \cdot \cos 51,3 + j7,92 \cdot \sin 51,3 = 4,95 + j6,18 \Omega$$

Kilometerimpedansen:

$$|Z'| = \frac{U}{I \cdot L} = \frac{849 \text{ V}}{107,2 \text{ A} \cdot 30,54 \text{ km}} = 0,259 \frac{\Omega}{\text{km}}$$

og

$$Z' = \frac{Z}{L} = \frac{7,92 \cdot e^{j51,3}}{L} = 0,259 e^{j51,3} = 0,162 + j0,202 \frac{\Omega}{\text{km}}$$

Spenningsfallet:

$$\Delta U = |Z| \cdot I_{KL} = 7,92 \Omega \cdot 500 \text{ A} = 3960 \text{ V} = 3,96 \text{ kV}$$

Eventuelt:

$$\Delta U = |Z'| \cdot I_{KL} = 0,259 \frac{\Omega}{\text{km}} \cdot 500 \text{ A} = 129,5 \frac{\text{V}}{\text{km}}$$

Spenningen ved lokomotivet:

$$U_{lok} = U_{omf} - \Delta U = 15000 - 3960 = 11040 \text{ V} = 11,04 \text{ kV}$$

Effekttapet i overføringen:

$$\Delta P = \text{Re}(Z) \cdot I_{KL}^2 = 4,95 \Omega \cdot 500^2 = 1,237 \text{ kW}$$

3.2.2 Eksempel 2

Anta at vi på strekningen Mjølfjell-Voss har målt en strekningsimpedans $|Z'| = 0,259 \Omega/\text{km}$. Anta videre at vi har 3 lokomotiver på strekningen. Lokene befinner seg 1, 4 og 8 km fra Mjølfjell omformerstasjon og togene trekker henholdsvis 100, 200 og 300 A. Finn det totale spenningsfallet og strekningslasten.

Spenningsfallet:

$$\begin{aligned} \Delta U &= |Z'| \cdot (I_{KL1} \cdot X_1 + I_{KL2} \cdot X_2 + I_{KL3} \cdot X_3) \\ &= 0,259 \cdot (100 \cdot 1 + 200 \cdot 4 + 300 \cdot 8) = 0,259 \cdot (100 + 800 + 2400) = 854,7 \text{ V} \end{aligned}$$

3.2.3 Eksempel 3

Ved dobbeltsidig mating har vi generelt at spenningsfallet kan skrives som

$$\Delta U = I_{KL} \cdot |Z'| \cdot \left(X - \frac{X^2}{L} \right) \text{ [V]}$$

der

X: Avstanden fra matepunkt til belastning

L: Avstanden mellom to påfølgende matepunkter i km

Anta at vi på strekningen Mjølfjell-Voss har målt en strekningsimpedans $|Z'| = 0,259 \Omega/\text{km}$. Anta videre at vi har ett lokomotiv på strekningen og at dette befinner seg ved Urdland st. 17,3 km fra Mjølfjell. Det mates fra både Mjølfjell og Voss omformerstasjoner. Avstanden mellom Mjølfjell og Voss er 30,54 km. Toget trekker 500 A.

Det totale spenningsfallet:

$$\Delta U = I_{KL} \cdot |Z| \cdot \left(X - \frac{X^2}{L} \right) = 500 \cdot 0,259 \cdot \left(17,3 - \frac{17,3^2}{30,54} \right) = 971,26 \text{ V}$$

3.3 Beregninger av strekningsimpedansen

Strekningsimpedansen kan beregnes teoretisk dersom vi av en eller annen grunn ønsker det. Det kan være for en planlagt bane, at vi ønsker å studere og analysere de parametrene som inngår i strekningsimpedansen i forbindelse med teoretisk forståelse av kl-anlegget, i FoU-sammenheng, m.v.

Dette kapitlet er begrenset til strekninger med enkeltspor og dobbeltisolerte sporfelt. Det vil si de tilfeller der begge skinnestrenger fører returstrøm. Vi forutsetter også at anlegget ikke har montert returledning og forsterkningsledning. I regneeksemplene har vi benyttet 100 mm² kontakttråd og 50 mm² bæreline som vil være tilfelle for system 20.

Strekningsimpedansen Z kan beregnes etter formelen

$$Z = Z_{KL} - k_1 \cdot j\omega M_{KL,S} + (1 - k_1) \cdot K \cdot [Z_S - j\omega M_{KL,S}] \quad [\Omega]$$

der

Z_{KL} : Kontaktledningsimpedansen

k_1 : Induksjonsfaktoren

$M_{KL,S}$: Den gjensidige induktansen mellom kontaktledning og spor

Z_S : Sporimpedansen

Vi skal i det etterfølgende finne uttrykkene for Z_{KL} , $M_{KL,S}$ og Z_S .

Induksjonsfaktoren er definert som

$$k_1 = \frac{j\omega M_{KL,S}}{Z_S}$$

og K-faktoren som

$$K = \frac{1 - e^{-\gamma L}}{\gamma \cdot L}$$

der

$$\gamma = \sqrt{Z_S \cdot Y}$$

γ er den såkalte "gangkonstanten" og Y er avledningen i S/km mellom spor og jord.

Kilometerimpedansen kan skrives som

$$Z' = \frac{Z}{L} = \frac{1}{L} \cdot \{Z_{KL} - k_1 \cdot j\omega M_{KL,S} + (1-k_1) \cdot K \cdot [Z_s - j\omega M_{KL,S}]\} \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$$

Grensetilfellene for strekningsimpedansen eller kilometerimpedansen har vi når

$$\gamma \cdot L \rightarrow \infty, \text{ dvs. } K=0. \text{ Grenseverdien betegnes } Z_\infty$$

og

$$\gamma \cdot L \rightarrow 0, \text{ dvs. } K=1. \text{ Grenseverdien betegnes } Z_0$$

For tilfellet $K=0$ forutsettes at det kun er den induerte sporstrøm som utgjør den totale sporstrøm. Tilfellet $K=1$ har vi ved korte matelengder L . Med de sugetransformator-avstander (ca. 3 km) som vi har ved JBV's baner vil vi få forhold som er nærmere "K=1 tilfeller" enn "K=0 tilfeller". Følgelig kan vi ved JBV sette $K=1$ og bruke grenseverdien Z_0 .

For $K=1$ fås følgende uttrykk for strekningsimpedansen:

$$Z(K=1) = Z_0 = Z_{KL} - k_1 \cdot j\omega M_{KL,S} + (1-k_1) \cdot [Z_s - j\omega M_{KL,S}] = Z_{KL} + Z_s - k_1 \cdot Z_s - j\omega M_{KL,S} \quad [\Omega]$$

$$k_1 = \frac{j\omega M_{KL,S}}{Z_s} \text{ innsatt gir oss:}$$

$$Z_0 = Z_{KL} + Z_s - 2j\omega M_{KL,S} \quad [\Omega]$$

Eller om vi vil

$$Z'_0 = \frac{1}{L} (Z_{KL} + Z_s - 2j\omega M_{KL,S}) \quad \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$$

3.3.1 Den gjensidige impedans

Den gjensidige induktansen $M_{KL,S}$ [H] eller $M'_{KL,S}$ [H/km] mellom jordsløyfen kontaktledning - jord og jordsløyfen spor - jord (den induktive koblingen mellom kontaktledning og returleder) bidrar med en gjensidig kompleks reaktans $X_{KL,S}$ [Ω] eller $X'_{KL,S}$ [Ω/km]. Denne reaktansen kalles også for den gjensidige impedans.

Den gjensidige reaktansen mellom kontaktledning og spor skrives som

$$X'_{KL,S} = j\omega \cdot M'_{KL,S} = \left[\frac{\omega \cdot \pi}{2} + j\omega \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot a \cdot \sqrt{0,4\pi\kappa\omega}} \right) \right] 10^{-4}$$

$$= R'_E + j\omega \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot a \cdot \sqrt{0,4\pi\kappa\omega}} \right) 10^{-4} \quad \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$$

der R'_E er jordens resistans i ohm/km, og kan skrives som

$$R'_E = \pi^2 \cdot f \cdot 10^{-4} = \pi^2 \cdot 16,67 \cdot 10^{-4} = 0,0165 \approx 0,017 \frac{\Omega}{\text{km}}$$

Den gjensidige induktansen kan følgelig skrives som

$$X'_{KL,S} = j\omega \cdot M'_{KL,S} = 0,017 + j\omega \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot a \cdot \sqrt{0,4\pi\kappa\omega}} \right) 10^{-4} \quad \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$$

der a er avstanden i cm mellom kontaktledning og spor. Strømfordelingen mellom bæreline og kontaktråd er ca. 1/3, og a er følgelig lik kontaktrådshøyden pluss 1/3 systemhøyde.

Den gjensidige reaktansen er avhengig av frekvens, avstanden mellom kontaktledning og spor, og jordens ledningsevne.

3.3.1.1 Eksempel

Med $\kappa = 4 \cdot 10^{-6} \frac{\text{S}}{\text{cm}}$, dvs. $\rho_{jord} = 2500 \Omega\text{m}$, blir den gjensidige reaktansen

$$X'_{KL,S} = \pi^2 \cdot f \cdot 10^{-4} + j\omega \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot a \cdot \sqrt{0,4\pi\kappa\omega}} \right) 10^{-4}$$

$$= \pi^2 \cdot 16,67 \cdot 10^{-4} + j \cdot 2\pi \cdot 16,67 \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot 613,33 \cdot \sqrt{0,4 \cdot 2\pi^2 \cdot 16,67 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}} \right) 10^{-4}$$

$$= 0,017 + j0,151 = 0,152 \cdot e^{j83,58} \frac{\Omega}{\text{km}}$$

3.3.1.2 Oppsummering

Ved norske forhold vil vi normalt finne en jordmotstand i området 2500 -10000 ohm meter. Den gjensidige reaktansen for henholdsvis 2500, 5000 og 10000 ohm meter er vist i følgende tabell.

Ledningsevne $\kappa \left[\frac{\text{S}}{\text{cm}} \right]$	Jordmotstand $\rho_{\text{jord}} = \frac{1}{\kappa} [\Omega\text{m}]$	Gjensidig reaktans $X'_{\text{KL,S}} \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$
$4 \cdot 10^{-6}$	2500	$0,017 + j0,151 = 0,15 \cdot e^{j83,6}$
$2 \cdot 10^{-6}$	5000	$0,017 + j0,156 = 0,16 \cdot e^{j83,8}$
$1 \cdot 10^{-6}$	10000	$0,017 + j0,165 = 0,17 \cdot e^{j84,1}$

3.3.2 Kontaktledningsimpedansen

Kontaktledningsimpedansen kan skrives som

$$Z_{\text{KL}} = \frac{Z_{\text{kt}} \cdot Z_{\text{bli}} - (j\omega M_{\text{kt,bli}})^2}{Z_{\text{kt}} + Z_{\text{bli}} - 2j\omega M_{\text{kt,bli}}} \quad [\Omega]$$

der

$$Z_{\text{kt}} = R_{\text{kt}} + jX_{\text{kt}} = R_{\text{kt}} + j\omega(L_{\text{kti}} + L_{\text{kty}}) \quad [\Omega]$$

$$Z_{\text{bli}} = R_{\text{bli}} + jX_{\text{bli}} = R_{\text{bli}} + j\omega(L_{\text{blii}} + L_{\text{bliy}}) \quad [\Omega]$$

og

Z_{kt} : Kontakttrådimpedansen

Z_{bli} : Bærelineimpedansen

$M_{\text{kt,bli}}$: Den gjensidige induktansen mellom kontakttråd og bæreline

R_{kt} : Resistansen i kontakttråden

R_{bli} : Resistansen i bærelina

L_{kti} : Kontakttrådens indre induktans

L_{kty} : Kontakttrådens ytre induktans

L_{blii} : Bærelinas indre induktans

L_{bliy} : Bærelinas ytre induktans

Kontaktledningsimpedansen pr. km blir følgelig:

$$Z'_{\text{KL}} = \frac{Z_{\text{KL}}}{L} = \frac{1}{L} \cdot \left\{ \frac{Z_{\text{kt}} \cdot Z_{\text{bli}} - (j\omega M_{\text{kt,bli}})^2}{Z_{\text{kt}} + Z_{\text{bli}} - 2j\omega M_{\text{kt,bli}}} \right\} \quad \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$$

Kontaktledningsimpedansen Z_{KL} kan kun beregnes, den kan ikke måles. Z_{KL} er den samlede/totalte impedansen i kontakttråd, bæreline og hengetråder med jordretur. Det vil si den totale impedansen i de to jordesløyvene kontakttråd - jord og bæreline - jord.

3.3.2.1 Eksempel

Med $\kappa = 4 \cdot 10^{-6} \frac{\text{S}}{\text{cm}}$ vil vi beregne:

- Den gjensidige impedans
- Kontakttrådens ytre impedans
- Bærelinas ytre impedans
- Kontakttrådimpedansen
- Bærelineimpedansen
- Kontaktledningsimpedansen

Den gjensidige impedans

Den gjensidige impedans mellom kontakttråd og bæreline, også kalt den gjensidige reaktans, kan skrives som

$$X'_{kt,bl} = j\omega M_{kt,bl} = \pi^2 \cdot f \cdot 10^{-4} + j\omega \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot a \cdot \sqrt{0,4\pi\kappa\omega}} \right) 10^{-4}$$

der a er avstanden mellom kontakttråd og bæreline i cm.

Dersom vi antar en spennlengde $L_{spenn}=70$ m, systemhøyde $S_H=1,60$ m, kontaktledningens vekt $G_{kl}=14,11$ N/m og kontakttrådstrekk $H_{kt}=1000$ N, kan bærelinens maksimale nedheng, f_{maks} , skrives som:

$$f_{maks} = \frac{G_{kl}}{8H_{kt}} \cdot L_{spenn}^2 = \frac{14,11}{8 \cdot 10000} \cdot 70^2 = 0,86 \text{ m}$$

Midlere avstand mellom kontakttråd og bæreline:

$$a = \frac{S_H + f_{maks}}{2} = \frac{1,60 + 0,86}{2} = 1,23 \text{ m} = 123 \text{ cm}$$

som innsatt gir

$$\begin{aligned} X'_{kt,bl} &= \pi^2 \cdot 16,67 \cdot 10^{-4} + j \cdot 2\pi \cdot 16,67 \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot 123 \cdot \sqrt{0,4 \cdot 2\pi^2 \cdot 16,67 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}} \right) 10^{-4} \\ &= 0,017 + j0,185 = 0,186 \cdot e^{j84,75} \frac{\Omega}{\text{km}} \end{aligned}$$

Videre har vi at

$$(j\omega M'_{kt, bli})^2 = (X'_{kt, bli})^2 = (0,017 + j0,185)(0,017 + j0,185) = -0,034 + j0,006 = 0,035e^{j169,5}$$

Kontakttrådens ytre impedans

Kontakttrådens ytre impedans, også kalt ytre reaktans, kan skrives som

$$Z'_{y'_{kt}} = X'_{y'_{kt}} = j\omega \cdot L'_{kty} = \left[\pi^2 \cdot f + j\omega \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot r_{kt} \cdot \sqrt{0,4\pi k\omega}} \right) \right] 10^{-4}$$

der r_{kt} er kontakttrådradius i cm

$r_{kt} = 0,6$ cm innsatt gir

$$\begin{aligned} Z'_{y'_{kt}} &= \pi^2 \cdot 16,67 \cdot 10^{-4} + j \cdot 2\pi \cdot 16,67 \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot 0,6 \cdot \sqrt{0,0005}} \right) 10^{-4} \\ &= 0,017 + j0,296 = 0,296e^{j86,71} \frac{\Omega}{\text{km}} \end{aligned}$$

Bærelinens ytre impedans

Bærelinens ytre impedans, også kalt ytre reaktans, kan skrives som

$$Z'_{y'_{bli}} = X'_{y'_{bli}} = j\omega \cdot L'_{bli} = \left[\pi^2 \cdot f + j\omega \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot r_{bli} \cdot \sqrt{0,4\pi k\omega}} \right) \right] 10^{-4}$$

der r_{bli} er bærelineradius i cm.

$r_{bli} = 0,45$ cm innsatt gir

$$\begin{aligned} Z'_{y'_{bli}} &= \pi^2 \cdot 16,67 \cdot 10^{-4} + j \cdot 2\pi \cdot 16,67 \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot 0,45 \cdot \sqrt{0,0005}} \right) 10^{-4} \\ &= 0,017 + j0,302 = 0,302e^{j86,78} \frac{\Omega}{\text{km}} \end{aligned}$$

Kontakttrådimpedansen

Kontakttrådimpedansen kan skrives som

$$Z'_{kt} = R'_{kt} + jX'_{kt} = R'_{kt} + j\omega(L'_{kti} + L'_{kty}) = R'_{kt} + j\omega L'_{kti} + j\omega L'_{kty}$$

$$= R'_{kt} + j\frac{\omega}{2} \cdot 10^{-4} + \left[\pi^2 \cdot f + j\omega \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot r_{kt} \cdot \sqrt{0,4\pi K\omega}} \right) \right] 10^{-4}$$

Fra Glukow m.fl. 1997 finner vi at

$$R'_{kt} = 179 \frac{\text{milli}\Omega}{\text{km}} = 0,173 \frac{\Omega}{\text{km}}$$

som innsatt gir

$$Z'_{kt} = R'_{kt} + j\frac{\omega}{2} \cdot 10^{-4} + 0,017 + j0,296 = 0,19 + j0,301 = 0,356e^{57,74} \frac{\Omega}{\text{km}}$$

Bærelineimpedansen

Bærelineimpedansen kan skrives som

$$Z'_{bli} = R'_{bli} + jX'_{bli} = R'_{bli} + j\omega(L'_{bli} + L'_{bly})$$

$$Z'_{bli} = R'_{bli} + jX'_{bli} = R'_{bli} + j\frac{\omega}{2} \cdot 10^{-4} + \left[\pi^2 \cdot f + j\omega \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot r_{bli} \cdot \sqrt{0,4\pi K\omega}} \right) \right] 10^{-4}$$

Fra Glukow m.fl. 1997 finner vi at

$$R'_{bli} = 560 \frac{\text{milli}\Omega}{\text{km}} = 0,56 \frac{\Omega}{\text{km}}$$

som innsatt gir

$$Z'_{bli} = R'_{bli} + j0,005 + 0,017 + j0,302 = 0,577 + j0,307 = 0,654e^{j28,1} \frac{\Omega}{\text{km}}$$

Kontaktledningsimpedansen

$$Z'_{KL} = \frac{Z'_{kt} \cdot Z'_{bli} - (j\omega M_{kt,bli})^2}{Z'_{kt} + Z'_{bli} - 2j\omega M_{kt,bli}}$$

og som med de beregnede verdier innsatt gir oss

$$Z'_{kl} = \frac{(0,19 + j0,301) \cdot (0,577 + j0,307) - (-0,034 + j0,006)}{(0,19 + j0,301) + (0,577 + j0,307) - 2(0,017 + j0,185)}$$

$$= 0,154 + j0,258 = 0,301e^{j59,24} \frac{\Omega}{\text{km}}$$

3.3.2.2 Oppsummering

Reaktans/impedansverdier for henholdsvis 2500, 5000 og 10000 ohm meter er vist i følgende tabell.

Jord-motstand $\frac{1}{\kappa} [\Omega m]$	Gjensidig reaktans $X'_{kt, bli} \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$	Ytre impedans bæreline $X_{y' bli} \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$	Ytre imp. kontakttråd $X_{y' kt} \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$
2500	$0,017 + j0,185 = 0,186 \cdot e^{j84,75}$	$0,017 + j0,302 = 0,302e^{j86,78}$	$0,017 + j0,296 = 0,296e^{j86,71}$
5000	$0,017 + j0,193 = 0,194 \cdot e^{j85,0}$	$0,017 + j0,308 = 0,308e^{j86,84}$	$0,017 + j0,302 = 0,302e^{j86,78}$
10000	$0,017 + j0,202 = 0,203 \cdot e^{j85,2}$	$0,017 + j0,319 = 0,319e^{j86,95}$	$0,017 + j0,313 = 0,313e^{j86,89}$

Jord-motstand $\frac{1}{\kappa} [\Omega m]$	Kontaktledningsimpedansen $Z'_{kt} \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$	Bærelineimpedansen $Z'_{bli} \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$
2500	$0,19 + j0,301 = 0,356e^{j57,74}$	$0,577 + j0,307 = 0,654e^{j28,1}$
5000	$0,19 + j0,307 = 0,361e^{j58,25}$	$0,577 + j0,313 = 0,656e^{j28,48}$
10000	$0,19 + j0,318 = 0,37e^{j59,14}$	$0,577 + j0,324 = 0,662e^{j29,32}$

Jord-motstand $\frac{1}{\kappa} [\Omega m]$	Kontaktledningsimpedansen $Z'_{kl} \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$
2500	$0,154 + j0,258 = 0,301e^{j59,24}$
5000	$0,153 + j0,264 = 0,306e^{j59,88}$
10000	$0,154 + j0,275 = 0,315e^{j60,70}$

3.3.3 Sporimpedansen

Sporimpedansen (også kalt sporets langsimpedans) er den totale impedansen for to parallellkoblede skinnestrenger der disse to skinner er montert med normal sporavstand på sviller som igjen er bakset ned i ballasten. Langsimpedansen kan både måles og

beregnes. På enkeltsporet bane med dobbeltisolerte sporfelt vil begge skinnestrengene fører returstrøm. For slike tilfeller får vi følgende uttrykk for sporimpedansen:

$$Z_s = \frac{Z_i + Z_y + Z_m}{2} \quad [\Omega]$$

der

Z_i : Den indre impedans

Z_y : Den ytre impedans

Z_m : Den gjensidige impedans

For å beregne sporimpedansen må vi følgelig først bestemme disse tre komponenter, for således å summere dem geometrisk og dividere på to.

Sporimpedansen pr. km kan skrives som

$$Z'_s = \frac{Z_s}{L} = \frac{1}{L} \cdot \left(\frac{Z_i + Z_y + Z_m}{2} \right) = \frac{Z'_i + Z'_y + Z'_m}{2} \quad \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$$

3.3.3.1 Den gjensidige impedans

Denne gjensidige impedans, også kalt den gjensidige reaktans, kan skrives som

$$Z'_m = X'_{\text{KL,S}} = \left[\pi^2 \cdot f + j\omega \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot a \cdot \sqrt{0,4\pi\kappa\omega}} \right) \right] 10^{-4} \quad \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$$

der a er avstanden mellom skinnestrengene i cm.

Den gjensidige impedansen er avhengig av frekvens, avstanden mellom de to parallellkoblede skinnestrengene og jordens ledningsevne.

Med $\kappa = 4 \cdot 10^{-6} \frac{\text{S}}{\text{cm}}$ og $a=143,5$ cm, fås

$$\begin{aligned} Z'_m &= M'_{\text{KL,S}} = \left[\pi^2 f + j\omega \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot a \cdot \sqrt{0,4\pi\kappa\omega}} \right) \right] 10^{-4} \\ &= \pi^2 f \cdot 10^{-4} + j\omega \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot a \cdot \sqrt{0,4\pi\kappa\omega}} \right) 10^{-4} \\ &= \pi^2 \cdot 16,67 \cdot 10^{-4} + j \cdot 2\pi \cdot 16,67 \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot 143,5 \cdot \sqrt{0,4 \cdot 2\pi^2 \cdot 16,67 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}} \right) 10^{-4} \end{aligned}$$

$$= 0,017 + j0,181 = 0,18 \cdot e^{j84,6} \frac{\Omega}{\text{km}}$$

3.3.3.2 Den ytre impedans

Den ytre impedans kan skrives som

$$Z'_y = X'_y = \left[\omega^2 \cdot f + j\omega \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot r_{\text{ekv}} \cdot \sqrt{0,4\pi\kappa\omega}} \right) \right] 10^{-4} \quad \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$$

r_{ekv} er skinnens ekvivalente radius i cm, og skrives som

$$r_{\text{ekv}} = \frac{p}{2\pi} = \frac{63}{2\pi} = 10,0 \text{ cm} \quad (\text{p-verdi: Glukow m.fl. 1997, 54 kg skinne})$$

Med $\kappa = 4 \cdot 10^{-6} \frac{\text{S}}{\text{cm}}$ og $r_{\text{ekv}} = 10,0 \text{ cm}$, fås

$$\begin{aligned} Z'_y = X'_y &= \left[\pi^2 \cdot f + j\omega \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot r_{\text{ekv}} \cdot \sqrt{0,4\pi\kappa\omega}} \right) \right] 10^{-4} \\ &= \left[\pi^2 \cdot f + j\omega \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot 10,0 \cdot \sqrt{0,4\pi\kappa\omega}} \right) \right] 10^{-4} \\ &= \pi^2 \cdot 16,67 \cdot 10^{-4} + j \cdot 2\pi \cdot 16,67 \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^4}{1,78 \cdot 10,0 \cdot \sqrt{0,0005}} \right) 10^{-4} \\ &= 0,017 + j0,237 = 0,238 e^{j85,90} \frac{\Omega}{\text{km}} \end{aligned}$$

3.3.3.3 Den indre impedans

Den indre impedans består av to bidrag. Disse er den såkalte indre reaktans (impedans), og vekselstrømsmotstanden til skinnens ekvivalente sylindere.

Den indre impedans kan skrives som

$$Z_i = R_v + j\omega L_i = R_v + jX_i \quad \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$$

R_v : vekselstrømsmotstand

L_i : indre induktans

X_i : indre reaktans

Eller om vi heller vil ha pr. km-verdier:

$$Z'_i = \frac{Z_i}{L} = \frac{R_v + j\omega L_i}{2} = \frac{R_v + jX_i}{L} = R'_v + j\omega L'_i = R'_v + jX'_i \quad \left[\frac{\Omega}{km} \right]$$

R'_v : Vekselstrømsmotstand i ohm pr. km

L'_i : Indre induktans i Henry pr. km

X'_i : Indre reaktans i ohm pr. km

L : Matelengden eller den betraktede strekning i km

R_v finnes av forholdet mellom den ekvivalente sylinders vekselstrømsmotstand og den ekvivalente sylinders likestrømsmotstand etter at vi først har beregnet likestrømsmotstanden R_o og variabelen x . Uttrykket kan skrives som

$$\frac{R'_v}{R'_o} = x + \frac{1}{4} + \frac{3}{64 \cdot x}, \quad x < 10$$

der

R'_v : den ekvivalente sylinders vekselstrømsmotstand pr. km

R'_o : den ekvivalente sylinders likestrømsmotstand pr. km

og

$$x = \frac{r_o}{2\delta}$$

δ er inntrengningsdybden, dvs. avstanden fra overflaten til det punkt hvor strømtettheten er lik $\frac{1}{e}$ av den verdi den har på overflaten, og kan skrives som

$$\delta = \frac{2}{\sqrt{2 \cdot \mu_r \cdot \mu_o \cdot \kappa_{skinne} \cdot \omega}} = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot f \cdot \kappa_{skinne} \cdot \mu_r \cdot \mu_o}} \quad [\text{cm}]$$

Videre har vi for den ekvivalente sylinders radius:

$$r_o = \frac{p}{2\pi} \quad [\text{cm}]$$

p : skinnens omkrets i cm

δ innsatt gir

$$x = \frac{r_o}{2\delta} = \frac{r_o}{2} \sqrt{\pi \cdot f \cdot \kappa_{skinne} \cdot \mu_o \cdot \mu_r}$$

r_o innsatt gir

$$x = \frac{r_o}{2\delta} = \frac{r_o}{2} \sqrt{\pi \cdot f \cdot \kappa_{skinne} \cdot \mu_o \cdot \mu_r} = \frac{p}{4\pi} \sqrt{\pi \cdot f \cdot \kappa_{skinne} \cdot \mu_o \cdot \mu_r}$$

Likestrømsmotstanden finnes av uttrykket

$$R_o = \frac{\rho \cdot l}{A_{sylinder}} \quad [\Omega]$$

Skinnens indre reaktans:

$$\frac{j\omega L'_i}{R_o} = x - \frac{3}{64 \cdot x}$$

⇕

$$X'_i = \omega L'_i = \left(x - \frac{3}{64 \cdot x} \right) \cdot R'_o$$

Den indre impedans er avhengig av frekvensen, skinnens omkrets, skinnens spesifikke ledningsevne, materialvalg (skinnens permeabilitet, herdingen av skinnestålet, stålets kullholdighet), strømfortrengning (skinneffekt), endringer i magnetfeltet i skinnen, været (dvs. fuktighet og temperatur). Dessuten vil den indre impedans varierer med strømstyrken på grunn av jernets permeabilitet og herding.

3.3.3.4 Eksempel

Beregning av den indre impedans med skinnetype UIC 54.

Skinnens omkrets: $p=63$ cm (Glukow m.fl. 1997).

Skinnens spesifikke ledningsevne: $\kappa_{skinne} = 3,5 \cdot 10^4$ S/cm (Sture 1994).

Den ekvivalente radius:

$$r_o = \frac{p}{2\pi} = \frac{630}{2\pi} = 100,23 \text{ mm} = 10 \text{ cm}$$

$$R'_o = \frac{\rho}{A_{sylinder}} = \frac{\rho}{\pi \cdot r_o^2} = \frac{0,2857}{\pi \cdot 100,23^2} = 0,0091 \frac{\Omega}{\text{km}}$$

Inntrengningsdybden i skinnen:

$$\delta = \frac{2}{\sqrt{2 \cdot \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \kappa_{skinne} \cdot \omega}} = \frac{2}{\sqrt{2 \cdot 30 \cdot 1,256 \cdot 10^{-8} \cdot 3,5 \cdot 10^4 \cdot 2\pi \cdot 16,67}} = \frac{2}{\sqrt{2,76}} = 1,2 \text{ cm}$$

Utfordringen ligger nå i å velge korrekt verdi for μ_r . Merk at μ_r -verdien er avhengig av størrelsen av strømmen som går i skinnene. Vi velger den relative permeabiliteten $\mu_r = 30$ som vi får for strøm lik ca. 200 A (Glukow m.fl. 1997).

Videre fås

$$x = \frac{r_0}{2\delta} = \frac{100,23}{2 \cdot 1,2 \cdot 10} = \frac{100,23}{24} = 4,176$$

Dermed kan vi finne vekselstrømsmotstanden:

$$\begin{aligned} R'_v &= \left(x + \frac{1}{4} + \frac{3}{64 \cdot x} \right) \cdot R'_0 \\ &= \left(4,176 + \frac{1}{4} + \frac{3}{64 \cdot 4,176} \right) \cdot 0,0091 = (4,176 + 0,25 + 0,0112) \cdot 0,0091 = 0,04 \frac{\Omega}{\text{km}} \end{aligned}$$

Skinnens indre reaktans:

$$j\omega L'_i = \left(x - \frac{3}{64 \cdot x} \right) \cdot R'_0 = \left(4,176 - \frac{3}{64 \cdot 4,176} \right) \cdot 0,0091 = 0,038 \frac{\Omega}{\text{km}}$$

Den indre impedans kan skrives som følger:

$$Z'_i = R'_v + j\omega L'_i = R'_v + jX'_i = 0,04 + j0,038 = 0,055e^{j43,53} \frac{\Omega}{\text{km}}$$

Dersom den betraktede matelengde eller den betraktende strekning er $L=30$ km, får vi for den totale indre impedans:

$$Z_i = Z'_i \cdot L = (0,04 + j0,038) \cdot 30 = (0,04 + j0,038) \cdot 30 = 1,2 + j1,14 = 1,66e^{j43,53} \Omega$$

3.3.3.5 Sporimpedansen

Sporimpedansen blir med de beregnede verdier

$$Z'_s = \frac{Z'_i + Z'_y + Z'_m}{2} = \frac{(0,051 + j0,05) + (0,017 + j0,237) + (0,017 + j0,181)}{2}$$

$$= 0,043 + j0,234 = 0,238e^{j79,71} \frac{\Omega}{\text{km}}$$

3.3.3.6 Oppsummering

Den gjensidige impedans, ytre-, indre- og sporimpedansen for henholdsvis 2500, 5000 og 10000 ohm meter er vist i følgende tabell.

Jord-motstand $\frac{1}{\kappa} [\Omega\text{m}]$	Den gjensidige impedans $Z'_m \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$	Ytre impedans $Z'_y \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$	Indre impedans $Z'_i \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$
2500	$0,017 + j0,181 = 0,18e^{j84,6}$	$0,017 + j0,237 = 0,238e^{j85,90}$	$0,051 + j0,05 = 0,071e^{j44,4}$
5000	$0,017 + j0,187 = 0,19e^{j84,8}$	$0,017 + j0,243 = 0,244e^{j86,0}$	$0,051 + j0,05 = 0,071e^{j44,4}$
10000	$0,017 + j0,198 = 0,20e^{j84,7}$	$0,017 + j0,254 = 0,255e^{j86,17}$	$0,051 + j0,05 = 0,071e^{j44,4}$

Jord-motstand $\frac{1}{\kappa} [\Omega\text{m}]$	Sporimpedansen $Z'_s \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$
2500	$0,043 + j0,234 = 0,238e^{j79,71}$
5000	$0,043 + j0,24 = 0,244e^{j79,96}$
10000	$0,043 + j0,251 = 0,255e^{j80,39}$

3.3.4 Strekningsimpedansen

Vi har nå funnet tallverdier for de størrelser som inngår i strekningsimpedansen Z_0 og Z'_0 .

Vi har tidligere sett at strekningsimpedansen kan skrives som

$$Z'_0 = Z'_{KL} + Z'_s - 2j\omega M'_{KL,S} \quad [\Omega]$$

Med $\kappa = 4 \cdot 10^{-6} \frac{\text{S}}{\text{cm}}$ får vi

$$Z'_0 = Z'_{KL} + Z'_s - 2j\omega M'_{KL,S}$$

$$= (0,154 + j0,258) + (0,043 + j0,234) - 2(0,017 + j0,151)$$

$$= 0,163 + j0,19 = 0,25e^{49,37} \frac{\Omega}{\text{km}}$$

3.3.4.1 Oppsummering

Z_0 for 2500, 5000 og 10000 ohm meter er vist i følgende tabell.

Ledningsevne $\kappa \left[\frac{\text{S}}{\text{cm}} \right]$	Jordmotstand $\rho_{mi} = \frac{1}{\kappa} [\Omega\text{m}]$	Strekningsimpedansen $Z'_0 \left[\frac{\Omega}{\text{km}} \right]$
$4 \cdot 10^{-6}$	2500	$0,163 + j0,19 = 0,25e^{49,37}$
$2 \cdot 10^{-6}$	5000	$0,162 + j0,192 = 0,251e^{j49,84}$
$1 \cdot 10^{-6}$	10000	$0,163 + j0,196 = 0,255e^{j50,25}$

3.4 Spenningsfall

Vi vil foreta spenningsfallsberegninger basert på den beregnede strekningsimpedansen.

Vi har tidligere sett at spenningsfallet kan skrives som

$$\Delta U = Z \cdot I_{KL} \quad [\text{V}]$$

og tilnærmet for norske forhold:

$$\Delta U = Z_0 \cdot I_{KL} \quad [\text{V}]$$

Spenningen i volt over lokomotivet er gitt av

$$U_{\text{lok}} = U_{\text{omf}} - \Delta U$$

Med $K=1$ blir uttrykket for spenningsfallet:

$$\begin{aligned} \Delta U &= I_{KL} \cdot Z_{KL} + I_{KL} \cdot (1-k_1) \cdot K \cdot Z_s - I_{KL} \cdot \left[\{k_1 + (1-k_1) \cdot K\} \cdot j\omega M_{KL,S} \right] \\ &= I_{KL} \cdot Z_{KL} + I_{KL} \cdot (1-k_1) \cdot Z_s - I_{KL} \cdot j\omega M_{KL,S} \quad [\text{V}] \end{aligned}$$

der

$I_{KL} \cdot Z_{KL}$: Spenningsfallet i kontaktledningen

$I_{KL} \cdot (1-k_1) \cdot Z_s$: Spenningsfallet i sporet

$I_{KL} \cdot j\omega M_{KL,S}$: Det induktive spenningsfall

3.4.1 Eksempel 1

For $\kappa = 2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{S}}{\text{cm}}$, $L = 30 \text{ km}$ og $I_{\text{KL}} = 200 \text{ A}$ har vi tidligere funnet at

$$Z'_{\text{KL}} = 0,153 + j0,264 = 0,306e^{j59,88} \frac{\Omega}{\text{km}}$$

$$Z'_{\text{S}} = 0,043 + j0,24 = 0,244e^{j79,96} \frac{\Omega}{\text{km}}$$

$$j\omega M'_{\text{KL,S}} = X'_{\text{KL,S}} = 0,017 + j0,156 = 0,157 \cdot e^{j83,78} \frac{\Omega}{\text{km}}$$

Videre finner vi at

$$k_1 = \frac{j\omega M'_{\text{KL,S}}}{Z'_{\text{S}}} = \frac{0,017 + j0,156}{0,043 + j0,24} = 0,642 + j0,044 = 0,644e^{j4,0}$$

Det totale spenningsfallet pr. km. blir således:

$$\begin{aligned} \Delta U' &= I_{\text{KL}} \cdot Z'_{\text{KL}} + I_{\text{KL}} \cdot (1 - k_1) \cdot Z'_{\text{S}} - I_{\text{KL}} \cdot j\omega M'_{\text{KL,S}} \\ &= I_{\text{KL}} \cdot 0,306e^{j59,88} + I_{\text{KL}} \cdot (1 - 0,644e^{j4,0}) \cdot 0,244e^{j79,96} - I_{\text{KL}} \cdot 0,157 \cdot e^{j83,78} \\ &= 61,2 \cdot e^{j59,88} + 17,6 \cdot e^{j72,80} - 31,4 \cdot e^{j83,78} \\ &= 50,42 \cdot e^{j49,84} \frac{\text{V}}{\text{km}} \end{aligned}$$

Det totale spenningsfallet:

$$\Delta U = \Delta U' \cdot L = 50,42 \cdot e^{j49,84} \cdot 30 = 1512,55 \cdot e^{j49,84}$$

Spenningsfallkomponentene:

$$\Delta U'_{\text{KL}} = 61,2 \cdot e^{j59,88}$$

$$\Delta U'_{\text{S}} = 17,6 \cdot e^{j72,80}$$

$$\Delta U'_{\text{IND}} = 31,4 \cdot e^{j83,78}$$

Og i volt:

$$\Delta U_{\text{F}} = \Delta U'_{\text{KL}} \cdot L = 61,2 \cdot e^{j59,88} \cdot 30 = 1836 \cdot e^{j59,88}$$

$$\Delta U_{\text{S}} = \Delta U'_{\text{S}} \cdot L = 17,6 \cdot e^{j72,80} \cdot 30 = 528 \cdot e^{j72,80}$$

$$\Delta U_{\text{IND}} = \Delta U'_{\text{IND}} \cdot L = 31,4 \cdot e^{j83,78} \cdot 30 = 942 \cdot e^{j83,78}$$

Spenningen ved lokomotivet:

$$U_{\text{lok}} = U_{\text{omf}} - \Delta U = 16000 - 1512 = 14488 = 14,5 \text{ kV}$$

Det totale spenningsfallet kan også finnes direkte av Z_{00} -verdien. Fra det tidligere hadde vi at

$$|Z_0| = 0,251 \frac{\Omega}{\text{km}}$$

og som innsatt i formelen for spenningsfall gir oss

$$\Delta U = |Z_0| \cdot l_{\text{kl}} \cdot I = 0,251 \frac{\Omega}{\text{km}} \cdot 30 \text{ km} \cdot 200 \text{ A} = 1.506 \text{ V} = 1,51 \text{ kV}$$

4 SPORSTRØMMER OG POTENSIALER

Skinner og jord utgjør en viktig og nødvendig del av kontaktledningsanleggets returkrets, og det er store strømmer som her overføres over store avstander mellom lokomotiver og matestasjoner. Andel og størrelse av de returstrømmer som flyter i henholdsvis skinner og jord, er av stor interesse for mange fagområder. For store strømmer i skinnene medfører farlige skritt- og berøringsspenninger for JBVs personale. Skinnestrømmer og jordstrømmer forårsaker uønsket elektromagnetisk induksjon og forstyrrelser i signalanleggene, samt avbrenning av isolerte skjøter i sporet. Jordstrømmer på avveie kan medføre fare for liv og brann i nærliggende bygninger og installasjoner.

I det etterfølgende bruks begrepet "sporstrøm" som den resulterende skinnestrøm. Det vil si den andel av returstrømmen som flyter i skinnene. Ved JBV vil ved de fleste strekninger sporstrømmen være summen av strømmen i begge skinnestringene. Med "spor" menes parallellkoblingen av to skinnestrenger.

Målinger fra 1960 tallet viste avledninger i størrelsesorden 1,0 S/km. Studier viser at avledningen langs dagens baner er redusert til ca. 0,1 S/km. En slik endring kan tilskrives bruk av isolasjon mellom skinne og sville (populært kalt flekk), renere ballast, og overgang fra tresviller til betong. Dette har igjen medført en økning av sporstrømmene og potensialene langs sporet.

Det forutsettes i det etterfølgende at kl-anlegget ikke er utstyrt med forsterkningsledning, og at fremstrømmen I_f dermed kan settes lik kontaktledningsstrømmen. Vi betrakter kun situasjoner med ensidig mating.

For ekvivalentskjema for system A, B og C henvises til Sture 1993.

4.1 Parametervalg

Det er benyttet følgende parametere:

For $Y=0,1$:

$$\gamma = 0,123 + j0,09$$

$$\zeta = 1,21 + j0,89$$

$$k_1 = 0,6 + j0,063$$

$$Z_s = 0,07 + j0,22$$

For $Y=1,0$:

$$\gamma = 0,389 + j0,283$$

$$\zeta = 0,389 + j0,283$$

$$k_1 = 0,6 + j0,063$$

$$Z_s = 0,07 + j0,22$$

4.2 System A

Med system A menes et kontaktledningsanlegg uten sugetransformatorer og returledning. Ved Jernbaneverkets strekninger er det kun Ofofbanen som har system A.

Den totale sporstrømmen I_s består av en innmatet strømkomponent og en induisert strømkomponent. For matelengde L mindre enn 10 km, betegnes den innmatede strømkomponent som I_s'' , mens den induiserte strømkomponent betegnes som I_s' . Ligningene for I_s'' og I_s' skrives som:

$$I_s'' = -I_F \cdot (1 - k_1) \cdot \left[\frac{e^{-\gamma x} + e^{-\gamma(L-x)}}{2} \right], \quad 0 \leq x \leq L$$

$$I_s' = -I_F \cdot k_1$$

der den induiserte sporstrømkomponenten er konstant.

For matelengde L større eller lik 10 km, skrives ligningene for den innmatede strømkomponent $I_{s(A+B)}$ og den induiserte strømkomponent I_{s_i} som følger:

$$I_{s(A+B)} = -\frac{1}{2} I_F \cdot [e^{-\gamma x} + e^{-\gamma(L-x)}], \quad 0 \leq x \leq L$$

$$I_{s_i} = -\frac{1}{2} I_F \cdot k_1 \cdot [2 - e^{-\gamma x} - e^{-\gamma(L-x)}], \quad 0 \leq x \leq L$$

Summen av disse to komponentene gir oss den totale sporstrømmen:

$$I_s = I_s'' + I_s' = I_{s(A+B)} + I_{s_i} = -I_F \cdot \left[k_1 + (1 - k_1) \frac{e^{-\gamma(L-x)} + e^{-\gamma x}}{2} \right], \quad 0 \leq x \leq L$$

For potensialet gjelder følgende ligning:

$$U_s = \zeta \cdot I_F \cdot \left[(1 - k_1) \frac{e^{-\gamma(L-x)} - e^{-\gamma x}}{2} \right], \quad 0 \leq x \leq L$$

Grafene til sporstrømmer og potensialer, for $Y=0,1$ og $1,0$ S/km, er tegnet i vedleggene 2 til 10. Vi benytter $L=30$ km.

Vi ser av grafene at den resulterende sporstrøm øker med avtakende avledning, og at forskjellen i sporstrømmer og potensialer ved $Y = 1,0$ og $Y = 0,1$ er betydelige.

4.3 System B

Med system B menes et kontaktledningsanlegg med sugetransformatorer, men uten returledning. System B-anlegg er utbredt ved Jernbaneverket.

Ligningene for den innmatede strømkomponent $I_{S(A+B)}$ og den induerte strømkomponent I_{S_i} skrives som:

$$I_{S(A+B)} = -I_F \cdot \left(1 - k_1 - \frac{I_m}{I_F}\right) \frac{\cosh\left\{\gamma\left(\frac{S}{2} - x\right)\right\}}{\cosh\left(\frac{\gamma \cdot S}{2}\right)}, \quad 0 \leq x \leq S$$

$$I_{S_i} = -I_F \cdot k_1$$

Den totale sporstrømmen I_S for system B kan skrives som summen av de to strømkomponentene:

$$I_S = I_{S(A+B)} + I_{S_i} = -I_F \cdot \left[k_1 + \left(1 - k_1 - \frac{I_m}{I_F}\right) \frac{\cosh\left\{\gamma\left(\frac{S}{2} - x\right)\right\}}{\cosh\left(\frac{\gamma \cdot S}{2}\right)} \right], \quad 0 \leq x \leq S$$

Potensialet kan skrives som:

$$U_S = -I_F \cdot \zeta \cdot \left[\left(1 - k_1 - \frac{I_m}{I_F}\right) \frac{\sinh\left\{\gamma\left(\frac{S}{2} - x\right)\right\}}{\cosh\left(\frac{\gamma \cdot S}{2}\right)} \right], \quad 0 \leq x \leq S$$

Verdien av skjøtspenningen har vi ved $X=0$ og $X=S$.

Grafene til sporstrømmer og potensialer, for $Y=0,1$ S/km og $S=10$ km, er tegnet i vedleggene 11 til 15.

4.4 System C

Med system C menes et kontaktledningsanlegg med sugetransformatorer og returledning. Ved Jernbaneverket er system C-anlegg kun bygget på Gardermobanen. Det etterfølgende beskriver driftssituasjonen der nedføringen kommer mellom matepunkt og belastning.

Den totale sporstrøm kan deles i tre strømkomponenter; I_{S_i} , $I_{S_{II}}$ og $I_{S_{III}}$. Den 1. komponent forårsakes av induksjon fra kontaktledning og returledning mellom matepunkt og

nedføringspunktet L_{ne} . Det forutsettes en strømflyt med samme absoluttverdi i de nevnte lederne. Den 2. komponent består av induksjonen fra kontaktledningen og en innmatet sporstrøm mellom nedføringspunktet L_{ne} og belastningspunktet L_{be} . Den 3. komponenten oppstår på grunn av magnetiseringsstrømmen, og flyter fra belastningspunktet L_{be} tilbake til matepunkt. Total sporstrøm I_s er gitt av den geometriske sum av disse komponentene.

Dersom vi i det betraktete sugetransformatorfelt har belastningen til høyre for returledningsnedføringen gjelder følgende ligninger for de tre nevnte sporstrømkomponenter :

$$I_{S1} = -(I_F - I_m) \cdot k_3 \cdot \left[1 - \frac{e^{-\gamma(L_{ne}-x)} + e^{-\gamma x}}{2} \right], \quad 0 \leq x \leq L_{ne}$$

$$I_{SII} = -(I_F - I_m) \cdot \left[k_1 + (1 - k_1) \frac{e^{-\gamma(L_{be}-x)} + e^{-\gamma(x-L_{ne})}}{2} \right], \quad L_{ne} \leq x \leq L_{be}$$

$$I_{SIII} = -I_m \left[k_1 + (1 - k_1) \frac{e^{-\gamma(L_{be}-x)} + e^{-\gamma x}}{2} \right], \quad 0 \leq x \leq L_{be}$$

For den totale sporstrømmen gjelder følgende uttrykk:

$$I_s = I_{S1} + I_{SIII} \quad \text{for } 0 \leq x \leq L_{ne}$$

$$I_s = I_{SII} + I_{SIII} \quad \text{for } L_{ne} \leq x \leq L_{be}$$

Dersom vi antar ideell montasje av returledningen vil de magnetiske feltene fra kontaktledning og returledning oppheve hverandre, og den første strømkomponent I_{S1} kan settes lik 0. Dermed kan vi med god tilnærming sette:

$$I_s = I_{SIII} \quad \text{for } 0 \leq x \leq L_{ne}$$

Videre har vi at I_{SII} består av en summen av et konstantledd og et variabelt ledd, og vi kan skrive:

$$\begin{aligned} I_{SII} &= -(I_F - I_m) \cdot \left[k_1 + (1 - k_1) \frac{e^{-\gamma(L_{be}-x)} + e^{-\gamma(x-L_{ne})}}{2} \right] \\ &= -(I_F - I_m) \cdot k_1 - (I_F - I_m) \cdot k_1(1 - k_1) \frac{e^{-\gamma(L_{be}-x)} + e^{-\gamma(x-L_{ne})}}{2} \end{aligned}$$

der

$I_{St1} = -(I_F - I_m) \cdot k_1$ er den induerte sporstrøm

og

$I_{St(A+B)} = -(I_F - I_m) \cdot k_1 (1 - k_1) \frac{e^{-\gamma(L_{be-x})} + e^{-\gamma(x-L_{ne})}}{2}$ er den innmatede andel

Tilsvarende får vi for den tredje stømkomponenten:

$$I_{St3} = -I_m \left[k_1 + (1 - k_1) \frac{e^{-\gamma(L_{be-x})} + e^{-\gamma x}}{2} \right]$$

$$= -I_m \cdot k_1 - I_m \cdot (1 - k_1) \frac{e^{-\gamma(L_{be-x})} + e^{-\gamma x}}{2}$$

der

$I_{St1} = -I_m \cdot k_1$ er den induerte sporstrøm

og

$I_{St(A+B)} = -I_m \cdot (1 - k_1) \frac{e^{-\gamma(L_{be-x})} + e^{-\gamma x}}{2}$ er den innmatede andel

Hver av strømkomponentene I_{St1} , I_{St2} og I_{St3} bidrar med sine delbidrag til det totale potensialet. Strømkomponenten I_{St1} bidrar med følgende tre potensialkomponenter:

$x < 0$:

$$U_{St1} = -\zeta \cdot (I_F - I_m) \cdot k_3 \cdot \left[\frac{e^{-\gamma \cdot L_{ne}} - 1}{2} \right] \cdot e^{-\gamma |x|}$$

$0 \leq x \leq L_{ne}$:

$$U_{St2} = -\zeta \cdot (I_F - I_m) \cdot k_3 \cdot \left[\frac{e^{-\gamma(L_{ne-x})} - e^{-\gamma x}}{2} \right]$$

$x > L_{ne}$:

$$U_{St3} = -\zeta \cdot (I_F - I_m) \cdot k_3 \cdot \left[\frac{1 - e^{-\gamma \cdot L_{ne}}}{2} \right] \cdot e^{-\gamma(x - L_{ne})}$$

Strømkomponenten I_{St} bidrag med følgende tre potensialkomponenter:

$X < L_{ne}$:

$$U_{St1} = \zeta \cdot (I_F - I_m) \cdot (1 - k_1) \cdot \left[\frac{e^{-\gamma(L_{be} - L_{ne})} - 1}{2} \right] \cdot e^{-\gamma(L_{ne} - x)}$$

$L_{ne} \leq X \leq L_{be}$:

$$U_{St2} = \zeta \cdot (I_F - I_m) \cdot (1 - k_1) \cdot \left[\frac{e^{-\gamma(L_{be} - x)} - e^{-\gamma(x - L_{ne})}}{2} \right]$$

$X > L_{be}$:

$$U_{St3} = \zeta \cdot (I_F - I_m) \cdot (1 - k_1) \cdot \left[\frac{1 - e^{-\gamma(L_{be} - L_{ne})}}{2} \right] \cdot e^{-\gamma(x - L_{be})}$$

Strømkomponenten I_{Sm} bidrag med følgende tre potensialkomponenter:

$x < 0$:

$$U_{Sm1} = \zeta \cdot I_m \cdot (1 - k_1) \cdot \left[\frac{e^{-\gamma \cdot L_{be}} - 1}{2} \right] \cdot e^{-\gamma|x|}$$

$0 < x < L_{be}$:

$$U_{Sm2} = \zeta \cdot I_m \cdot (1 - k_1) \cdot \left[\frac{e^{-\gamma(L_{be} - x)} - e^{-\gamma x}}{2} \right]$$

$x > L_{be}$:

$$U_{Sm3} = \zeta \cdot I_m \cdot (1 - k_1) \cdot \left[\frac{1 - e^{-\gamma \cdot L_{be}}}{2} \right] \cdot e^{-\gamma(x - L_{be})}$$

Det totale potensialet er gitt av den geometriske summen av delbidragene, og kan skrives som følger:

$x < 0$:

$$U_S = U_{St1} + U_{St3} + U_{Sm1}$$

$0 \leq X \leq L_{ne}$:

$$U_S = U_{St2} + U_{St1} + U_{Sm2}$$

$$L_{ne} \leq X \leq L_{be} :$$

$$U_S = U_{SI3} + U_{SI2} + U_{SI1}$$

$$x > L_{be} :$$

$$U_S = U_{SI3} + U_{SI2} + U_{SI1}$$

Dersom vi antar ideelle forhold, og dermed $I_{s1}=0$, gjelder følgende uttrykk for potensialet:

$$x < 0 :$$

$$U_S = U_{SI1} + U_{SI2}$$

$$0 \leq X \leq L_{ne} :$$

$$U_S = U_{SI1} + U_{SI2}$$

$$L_{ne} \leq X \leq L_{be} :$$

$$U_S = U_{SI2} + U_{SI1}$$

$$x > L_{be} :$$

$$U_S = U_{SI3} + U_{SI2}$$

Vi vil tegne grafene til sporstrømmene og potensialene. Det forutsettes ideell montering av returledning og dermed $I_{s1}=0$. Videre benyttes $S=15$ km, $L_{ne}=15$ km og $L_{be}=22$ km. For sporstrømmene tegnes grafene for følgende tilfeller:

$$0 \leq X \leq L_{ne} :$$

$$I_{sIII} : \text{ se graf vedlegg 16}$$

$$I_{sIII(A+B)} : \text{ se graf vedlegg 17}$$

$$I_s = I_{sIII} : \text{ se graf vedlegg 18}$$

$$L_{ne} \leq X \leq L_{be} :$$

$$I_{sII} : \text{ se graf vedlegg 19}$$

$$I_{sII(A+B)} : \text{ se graf vedlegg 20}$$

$$I_{sIII} : \text{ se graf vedlegg 21}$$

$$I_{sIII(A+B)} : \text{ se graf vedlegg 22}$$

$$I_s : \text{ se graf vedlegg 23}$$

For potensialene tegnes grafene for følgende tilfeller.

$$0 \leq X \leq L_{ne} :$$

U_{SII_1} : se graf vedlegg 24

U_{SIII_2} : se graf vedlegg 25

U_S : se graf vedlegg 26

$$L_{ne} \leq X \leq L_{be} :$$

U_{SII_2} : se graf vedlegg 27

U_{SIII_2} : se graf vedlegg 28

U_S : se graf vedlegg 29

5 REFERANSER

Per Sture: Tekniske meddelelser, 1960.

Per Sture: Lærebok for kontaktledningsingeniører, del II, 1993.

Per Sture: Strømmer. Spenningsfall og impedanser i fremledning og returledning ved elektriske baner, 1994.

Gukow/Liessling/Puschmann/Schmieder/Schmidt: Fahrleitungen elektrischer Bahnen, 1997.

Frode Nilsen: Sporstrømmer – en teknisk og økonomisk utfordring, Nordisk Jernbane Tidsskrift nr.4 - 1997

Alle grafer er beregnet og tegnet i matematikkprogrammet Matlab.

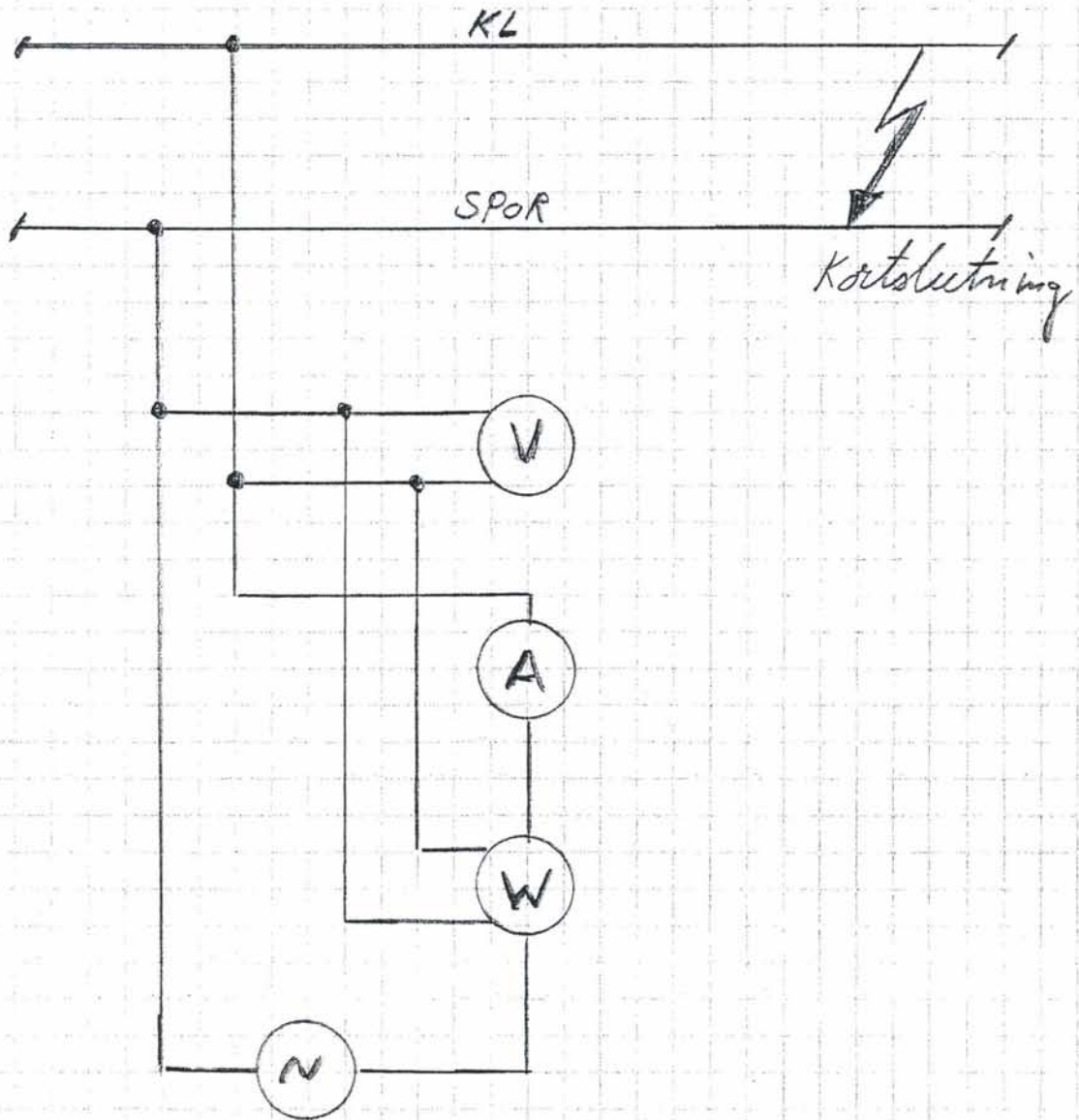
Forsidebilde: Fotografert av Rune Fossum

6 VEDLEGG

- Vedlegg 1: Måleoppsett
- Vedlegg 2: Innmatat sporstrøm, system A, for $Y=0,1$
- Vedlegg 3: Indusert sporstrøm, system A, for $Y=0,1$
- Vedlegg 4: Total sporstrøm, system A, for $Y=0,1$
- Vedlegg 5: Potensialet, system A, for $Y=0,1$
- Vedlegg 6: Innmatat sporstrøm, system A, for $Y=1,0$
- Vedlegg 7: Indusert sporstrøm, system A, for $Y=1,0$
- Vedlegg 8: Total sporstrøm, system A, for $Y=1,0$
- Vedlegg 9: 3-dimensjonal fremstilling av momentanverdien av den totale sporstrøm, system A, for $Y=1,0$
- Vedlegg 10: Potensialet, system A, for $Y=1,0$
- Vedlegg 11: Innmatat sporstrøm, system B, for $Y=0,1$
- Vedlegg 12: Indusert sporstrøm, system B, for $Y=0,1$
- Vedlegg 13: Total sporstrøm, system B, for $Y=0,1$
- Vedlegg 14: Potensialet, system B, for $Y=0,1$
- Vedlegg 15: Potensialet, system B, for $Y=0,1$, ved $I_F = 300, 400$ og $500A$
- Vedlegg 16-23: Sporstrømmer for system C, for $Y=0,1$
- Vedlegg 24-29: Potensialer for system C, for $Y=0,1$

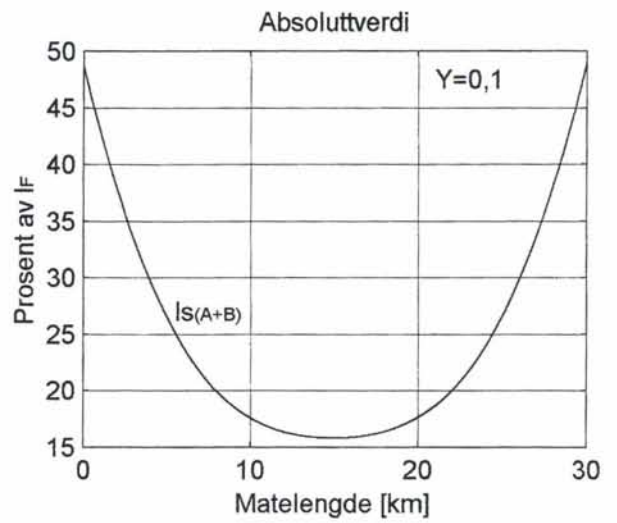
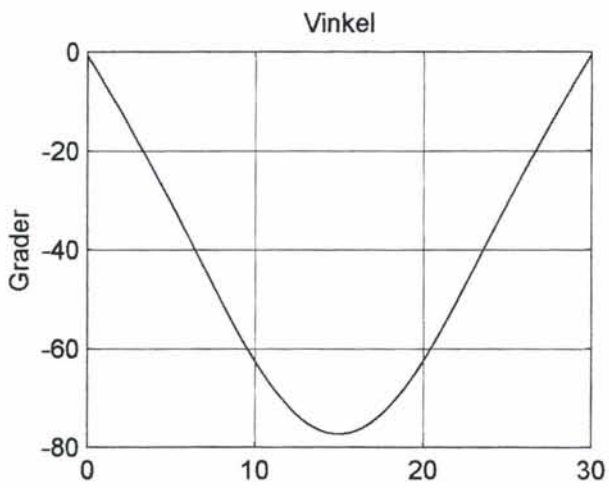
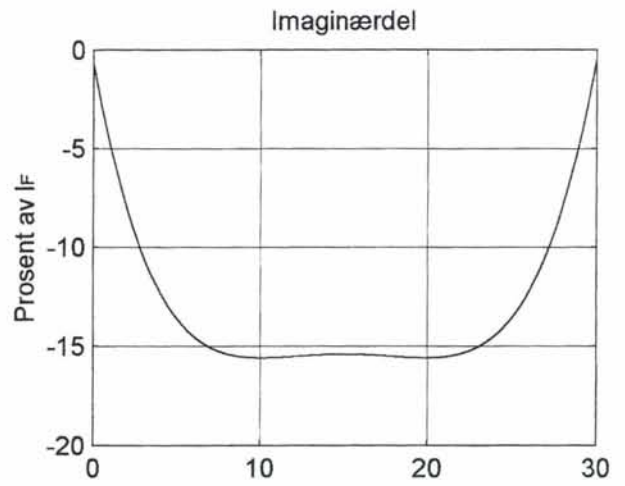
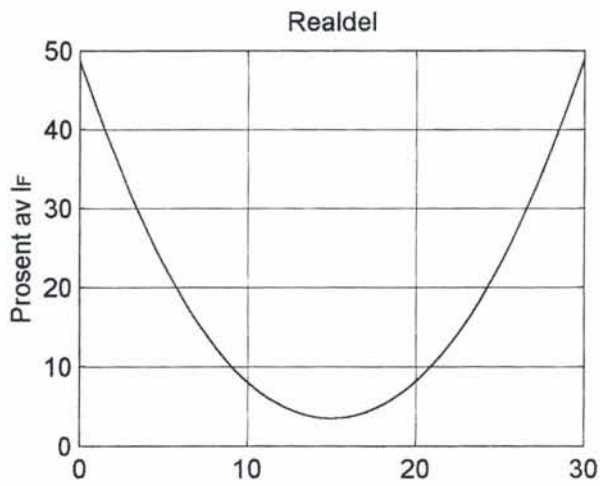
VEDLEGG

Vedlegg 1

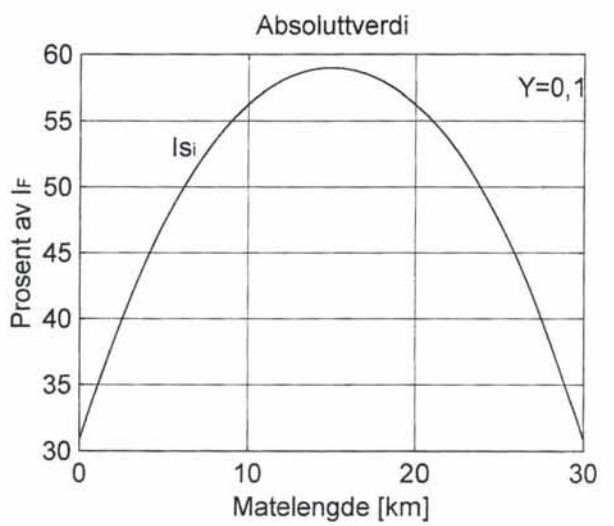
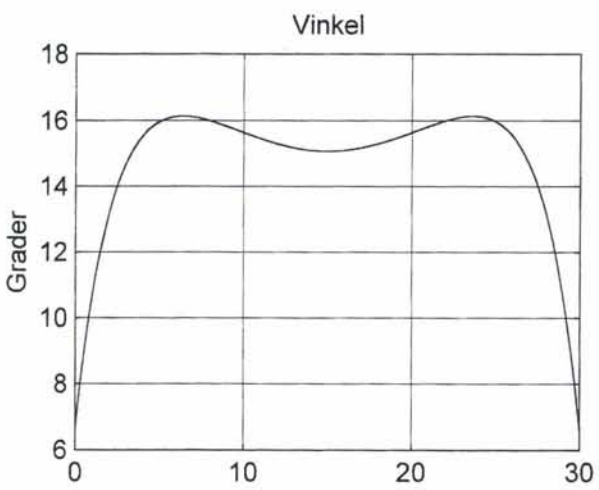
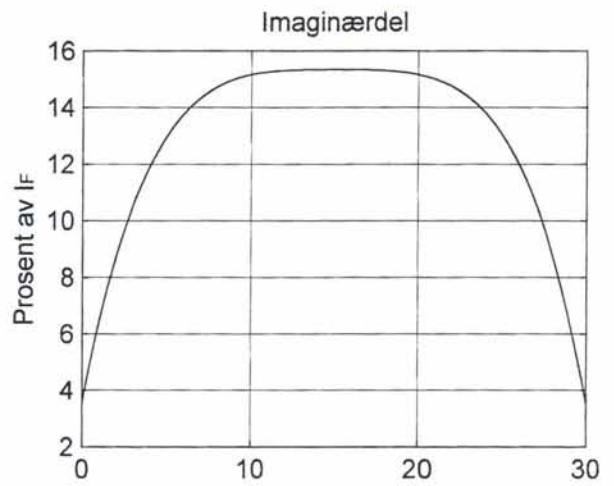
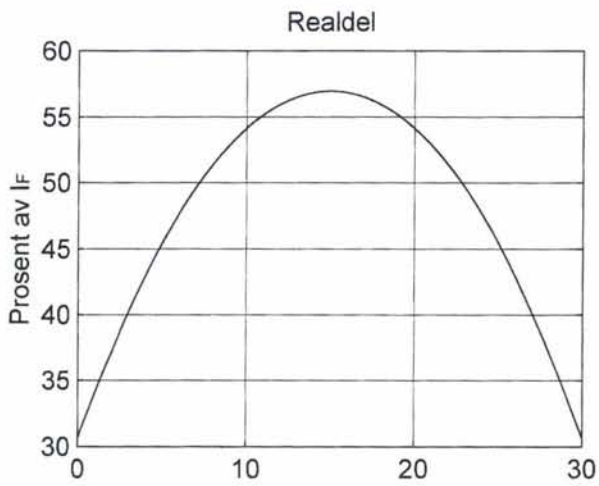


Ref.: Gukow m. fl. 1997

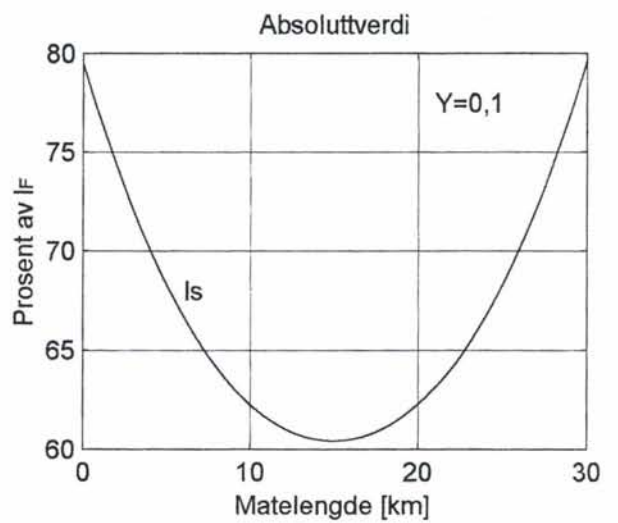
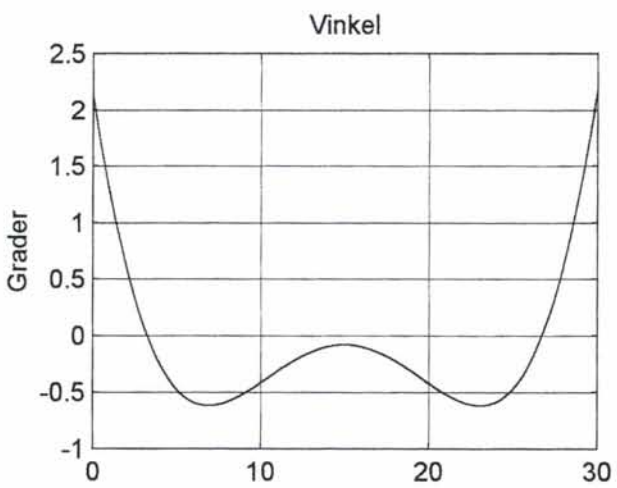
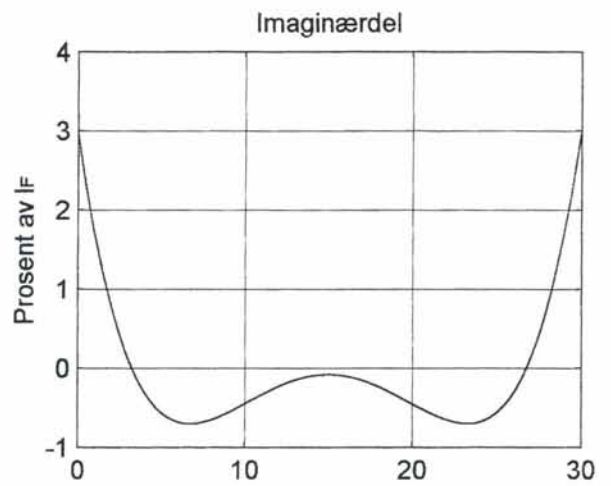
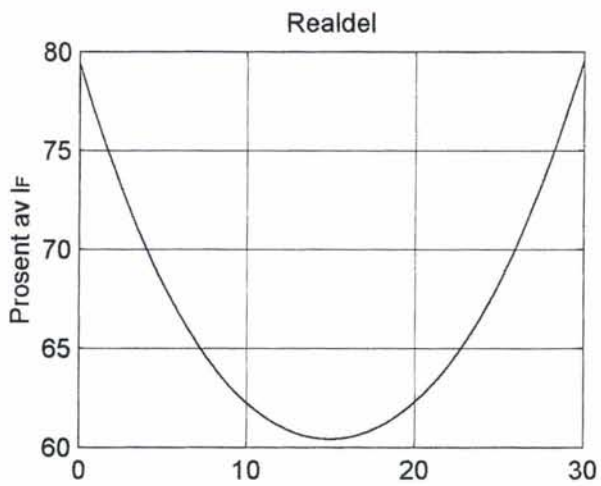
Vedlegg 2



Vedlegg 3

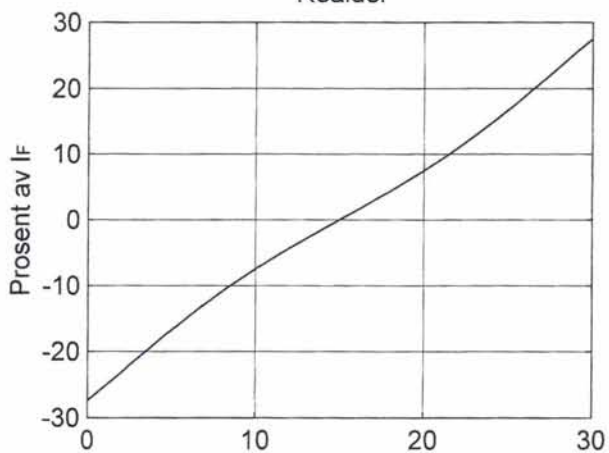


Vedlegg 4

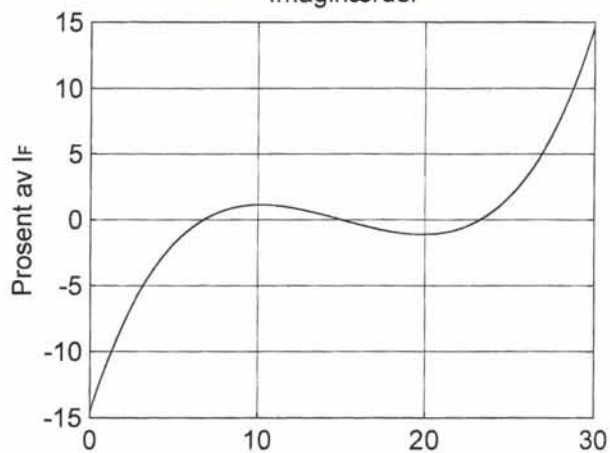


Vedlegg 5

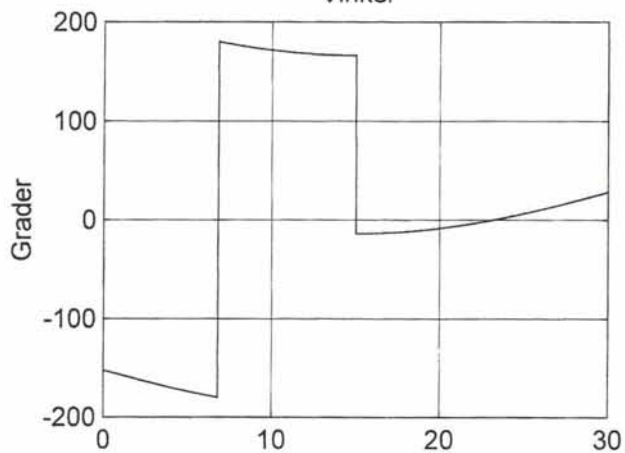
Realdel



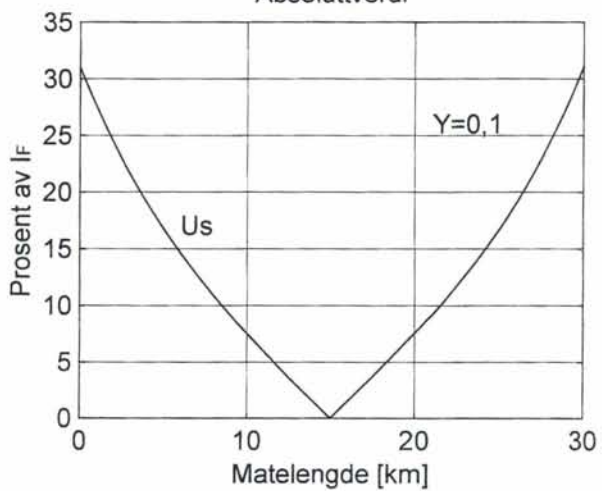
Imaginærdel



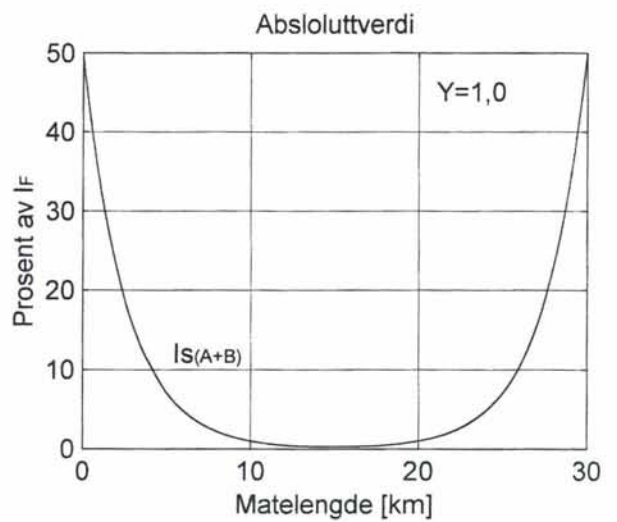
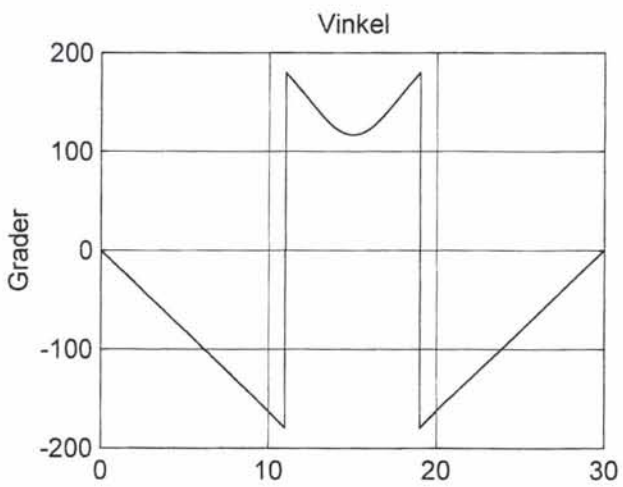
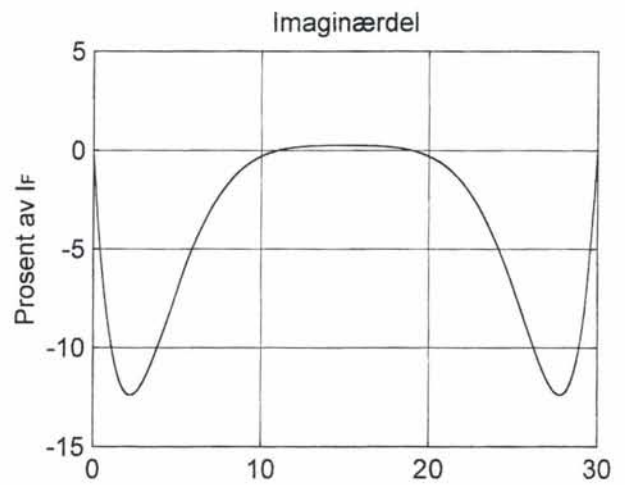
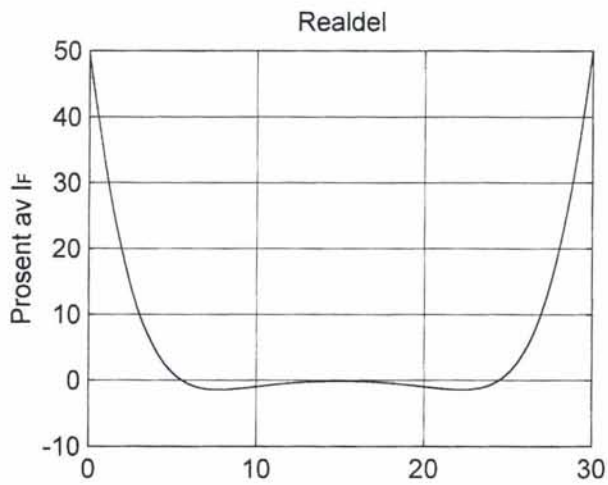
Vinkel



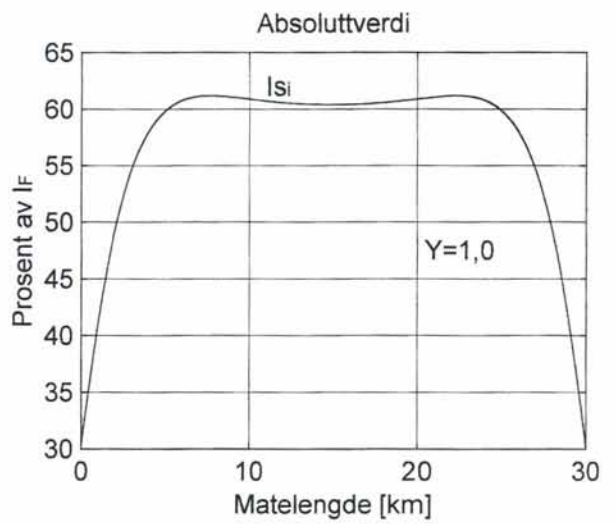
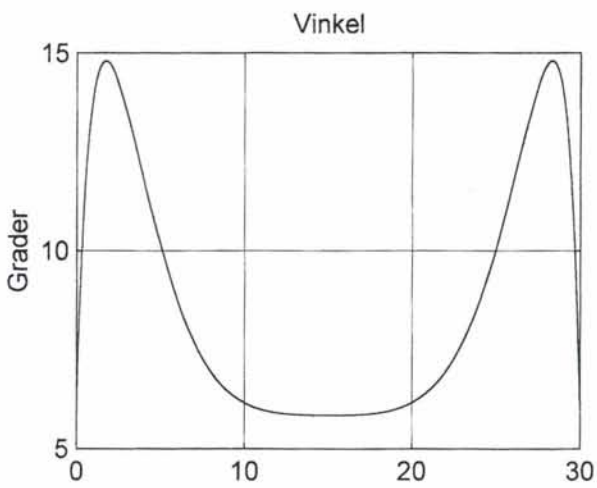
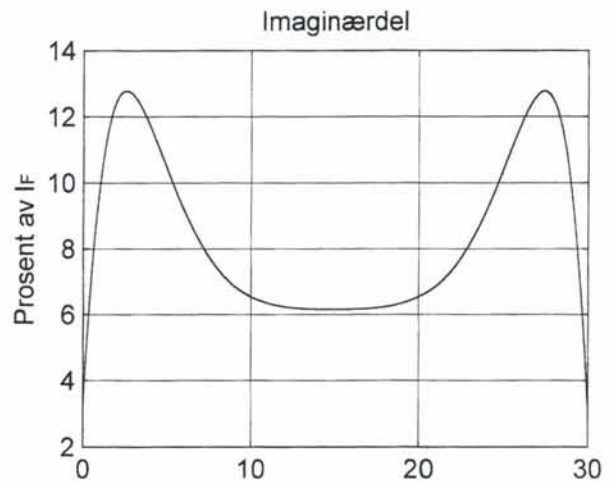
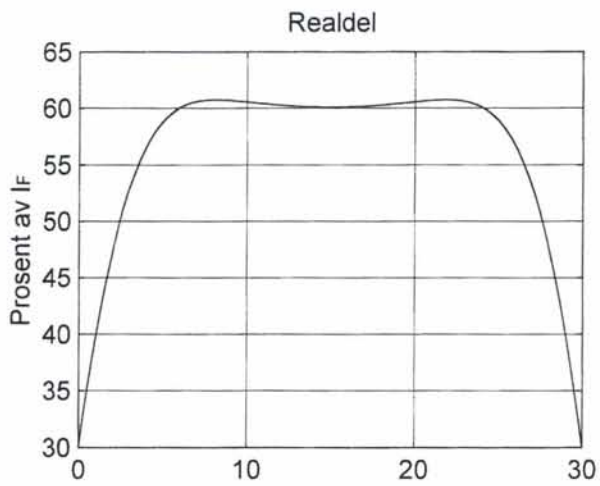
Absoluttverdi

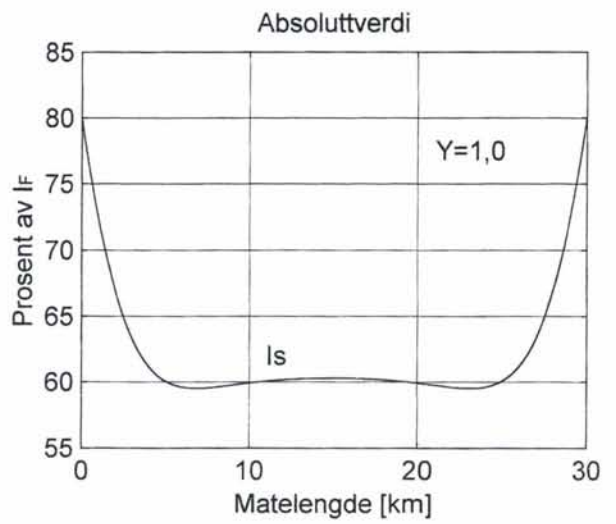
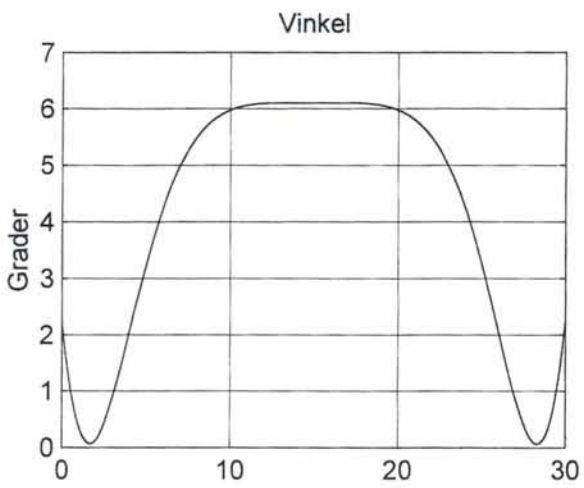
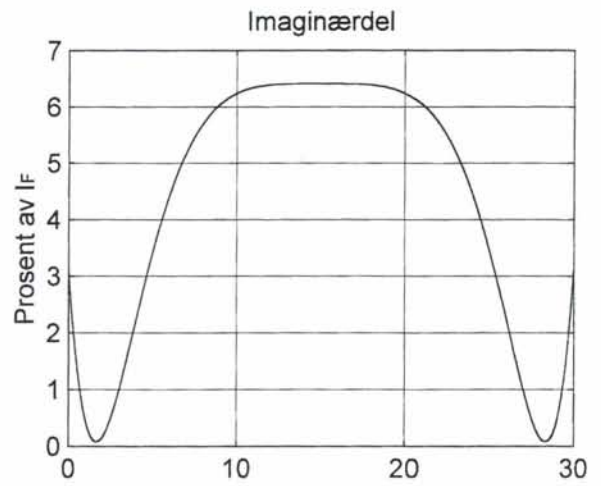
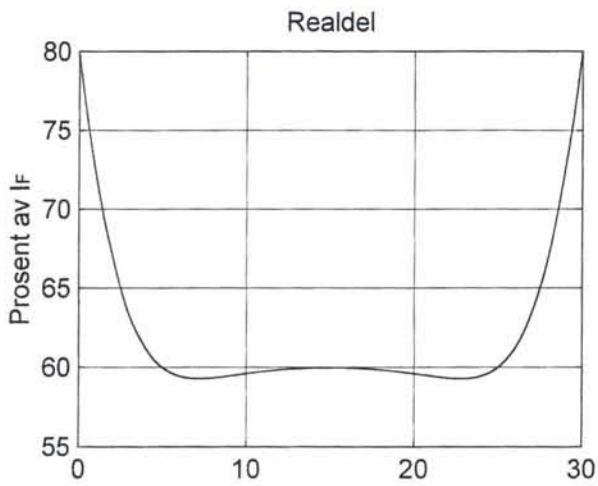


Vedlegg 6

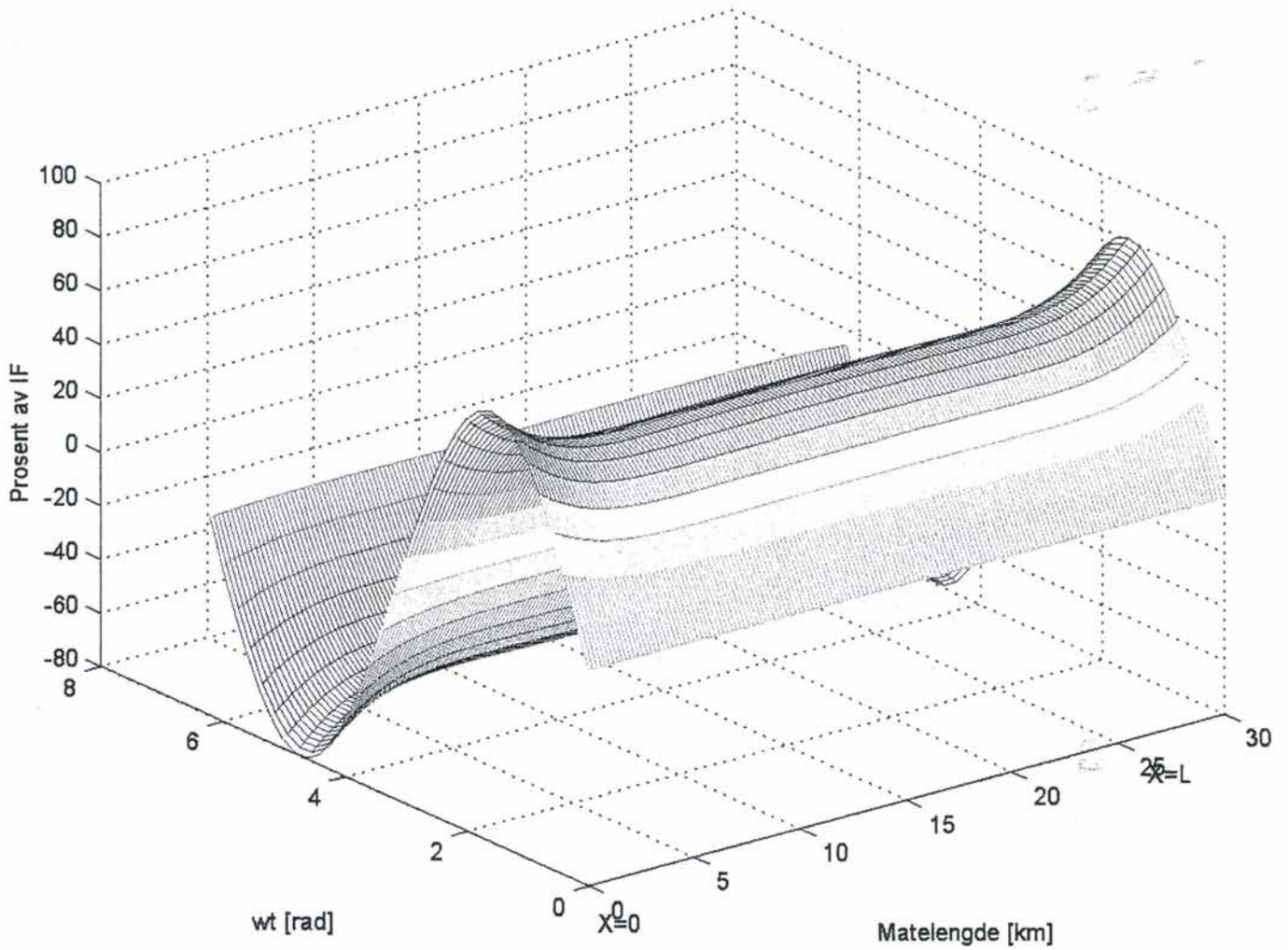


Vedlegg 7

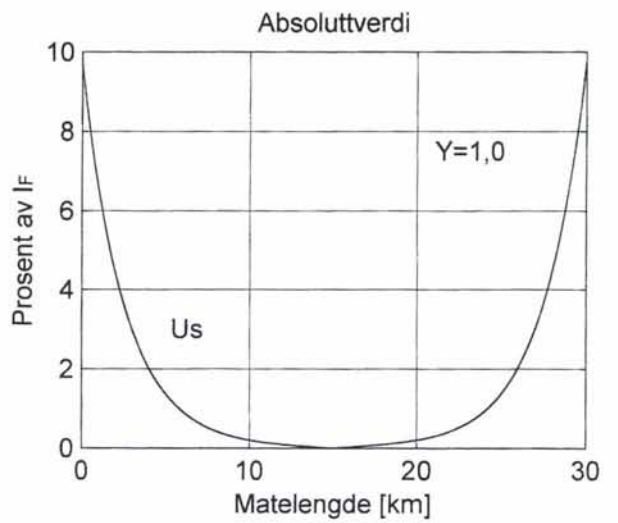
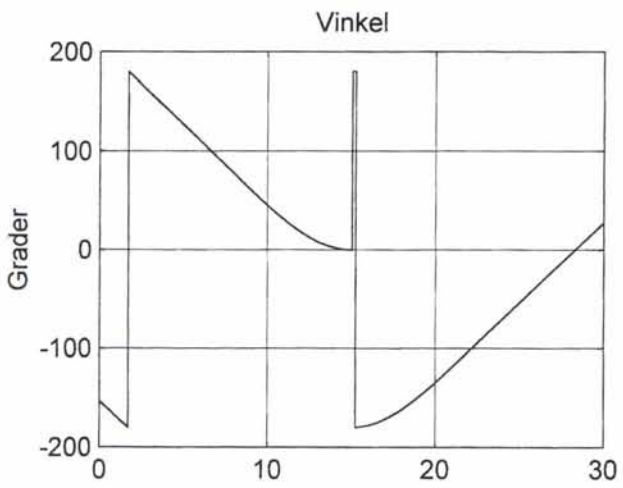
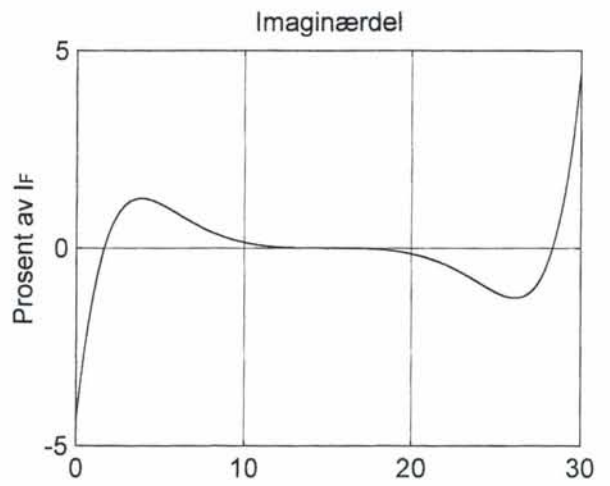
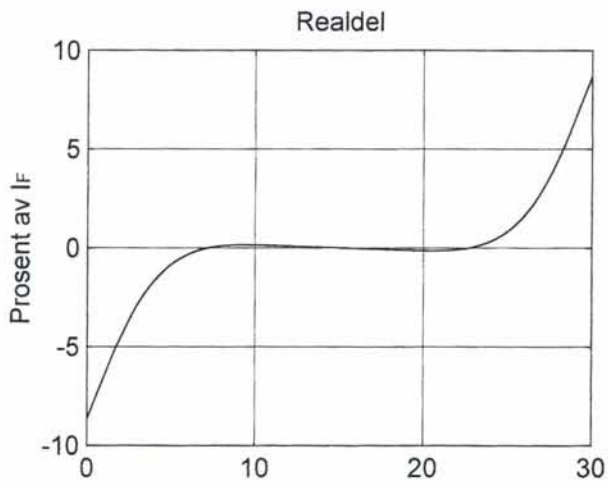




Momentanverdien av I_s , syst.A, $Y=1,0$

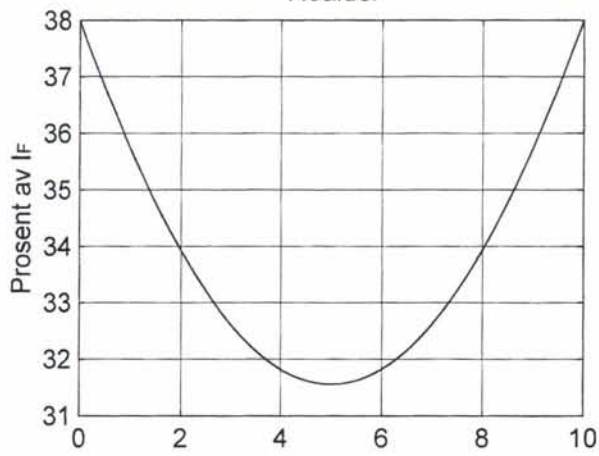


Vedlegg 10

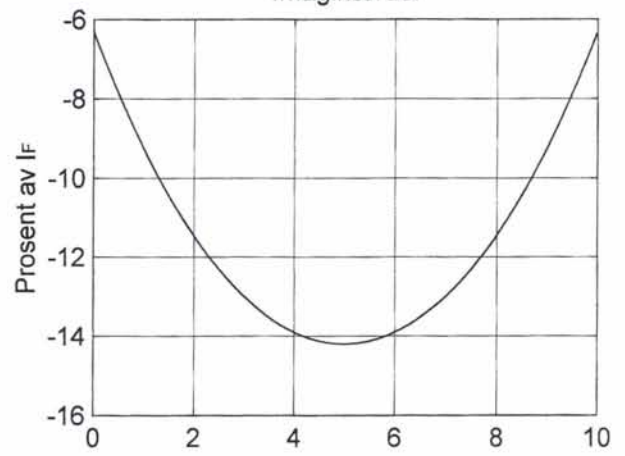


Vedlegg 11

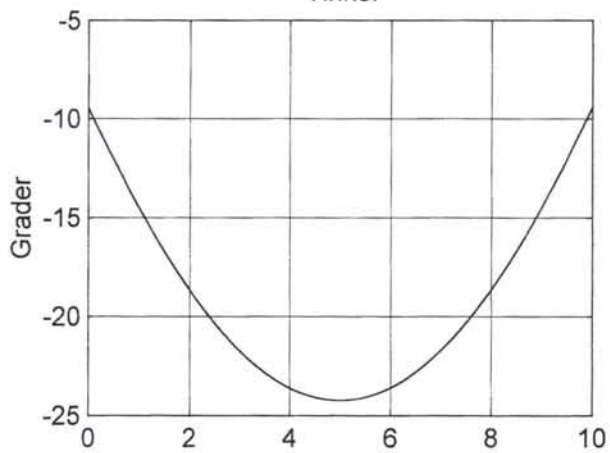
Realdel



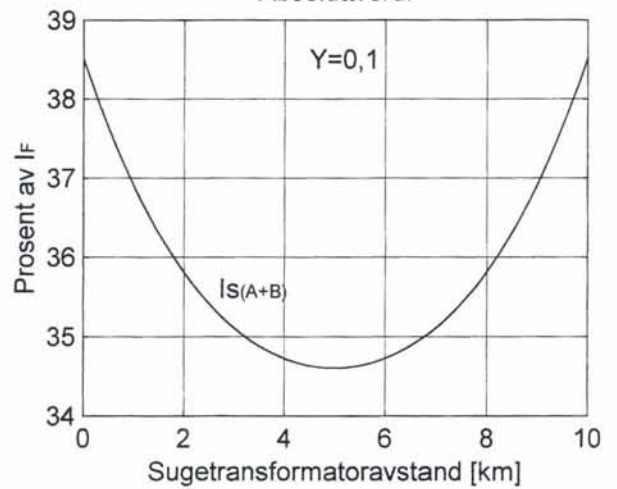
Imaginærdel



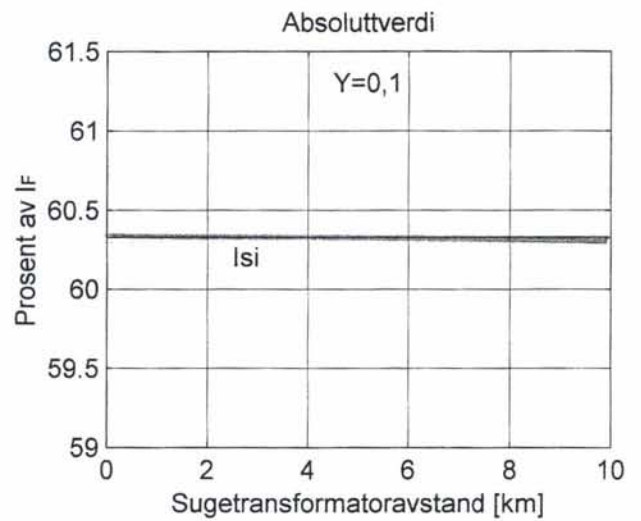
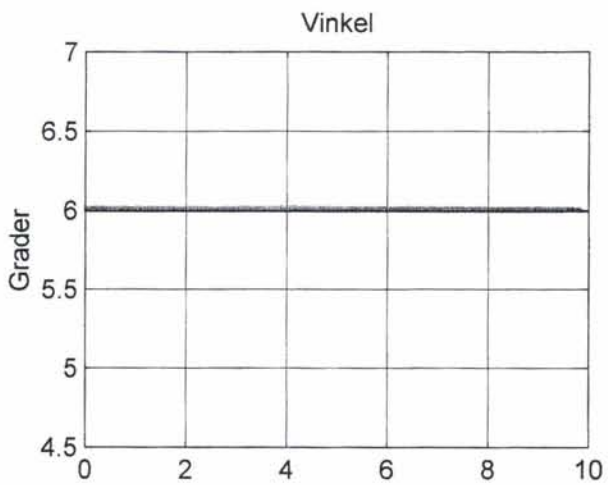
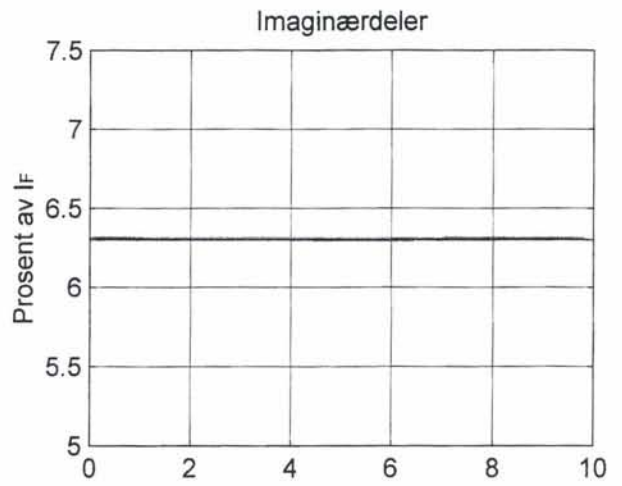
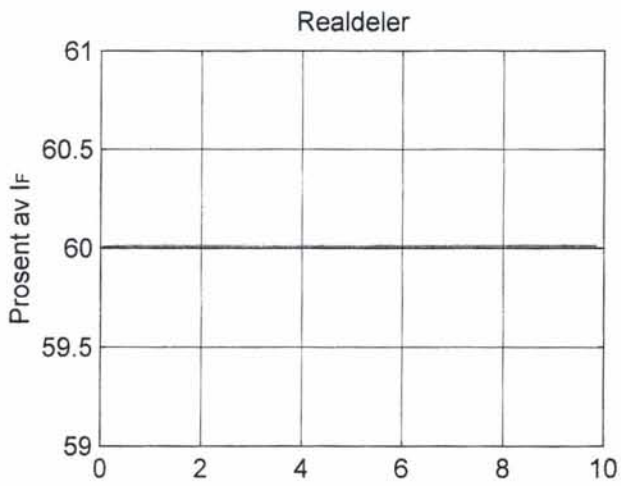
Vinkel

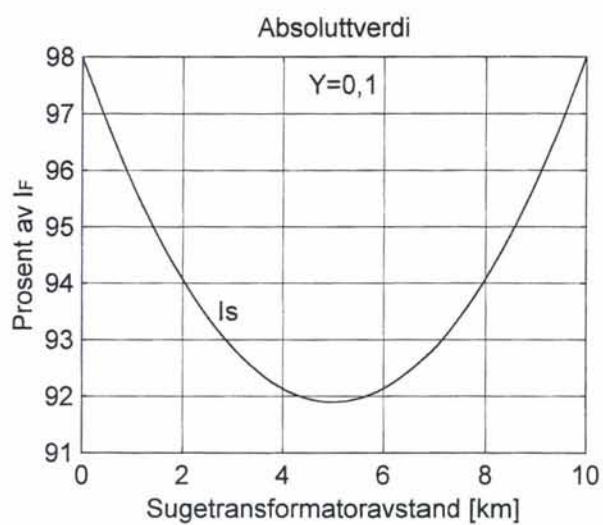
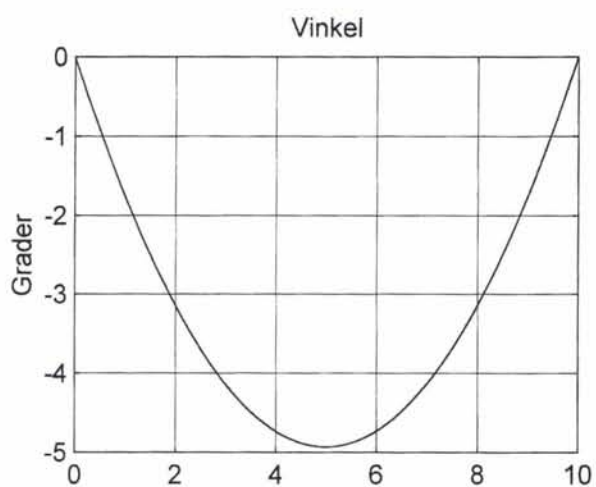
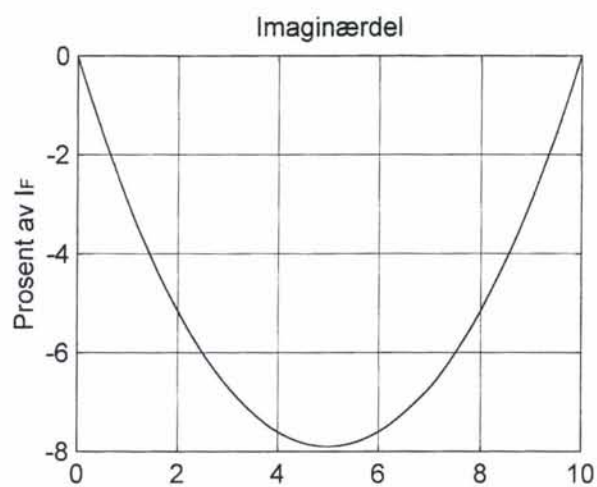
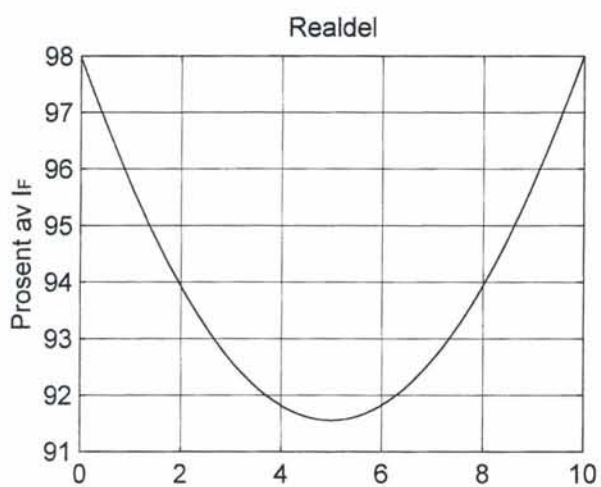


Absoluttverdi

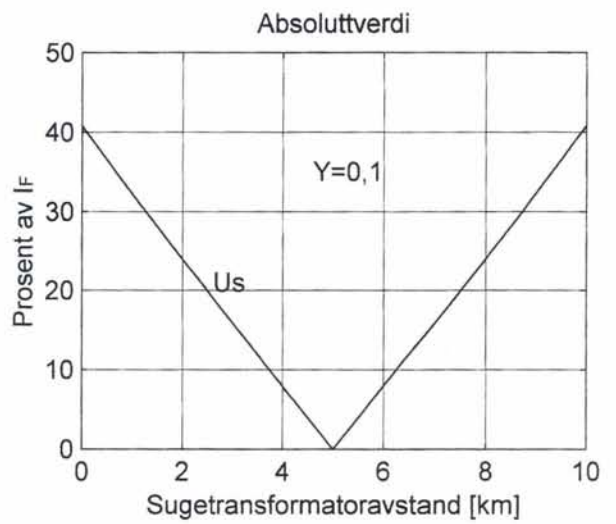
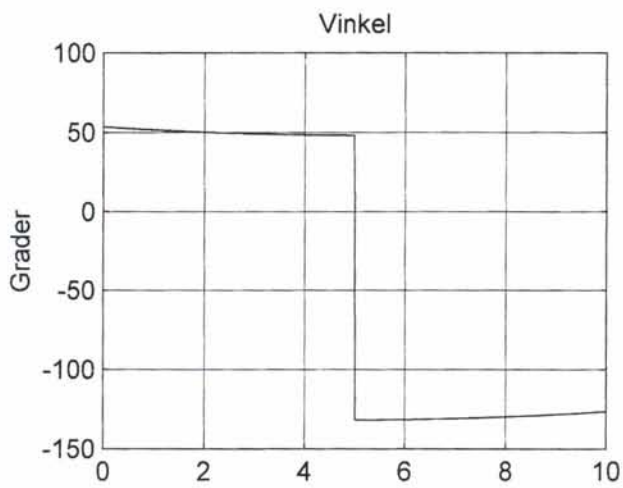
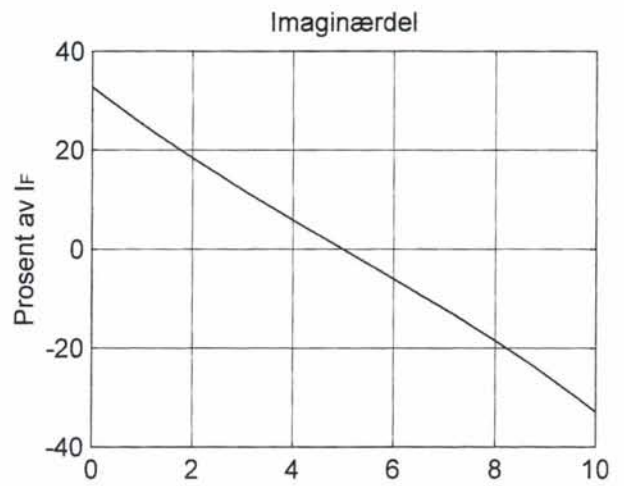
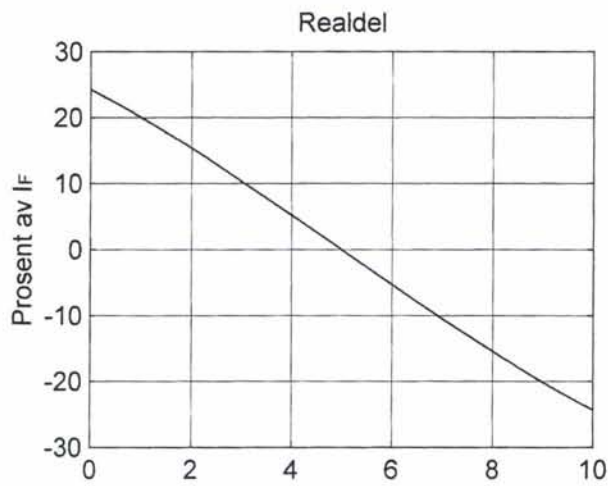


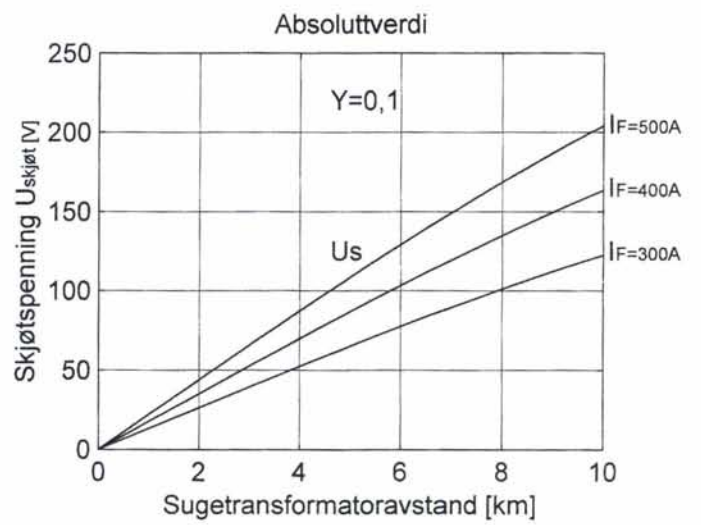
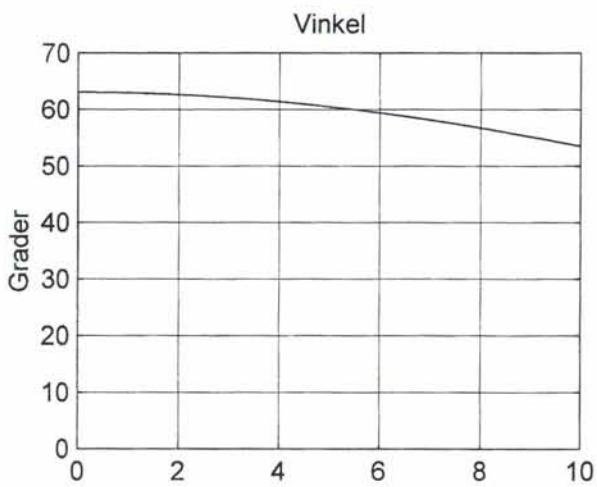
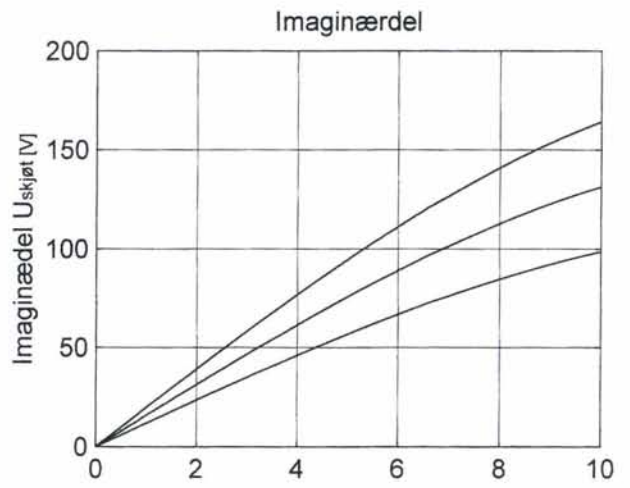
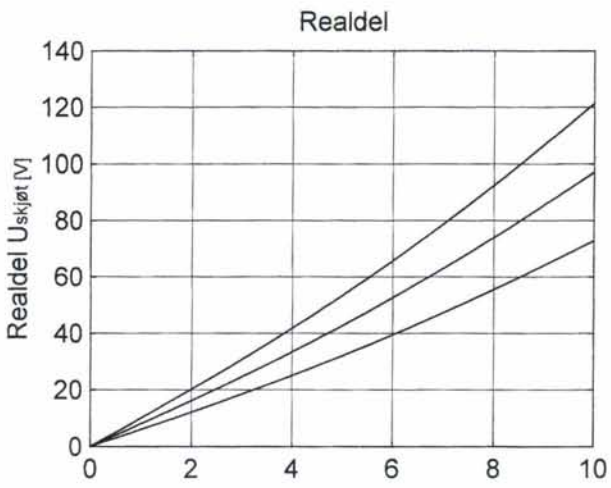
Vedlegg 12

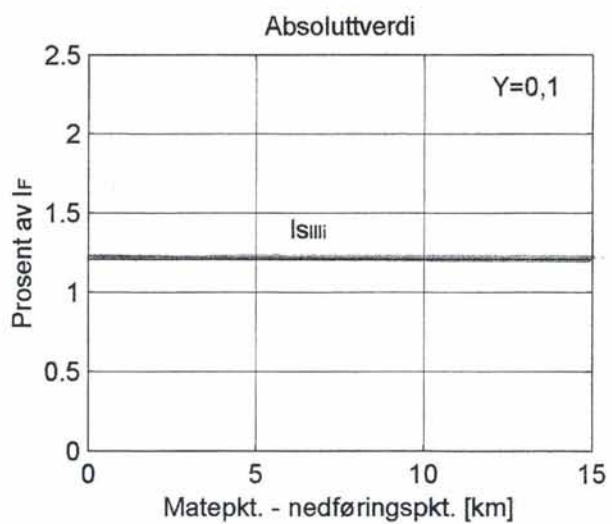
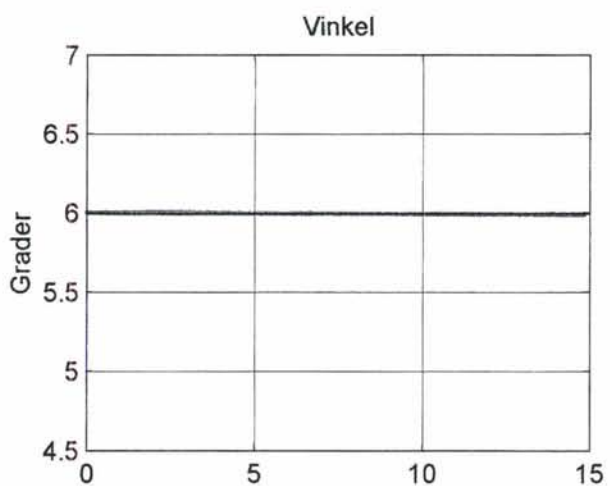
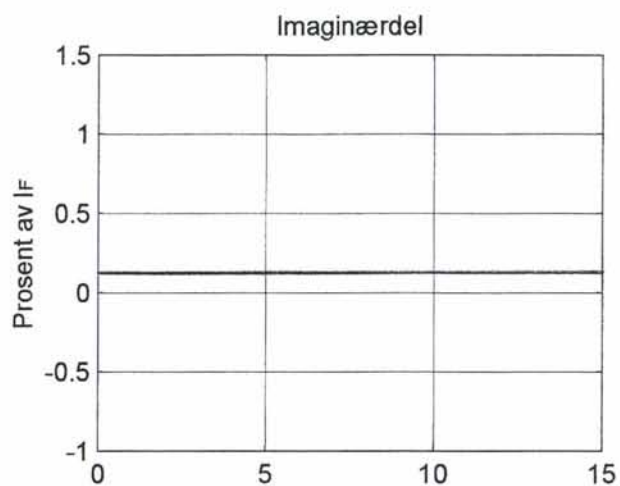
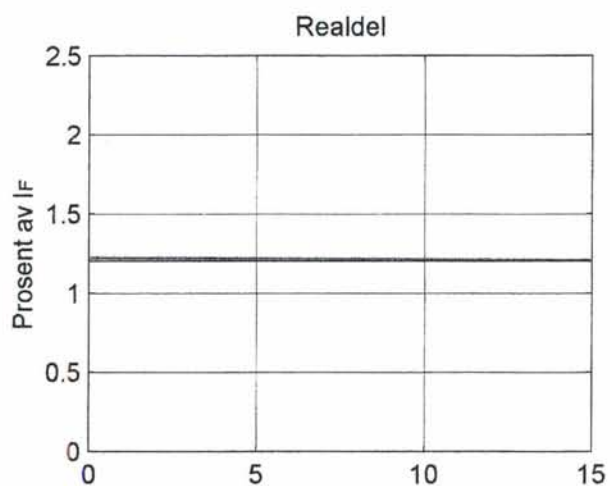




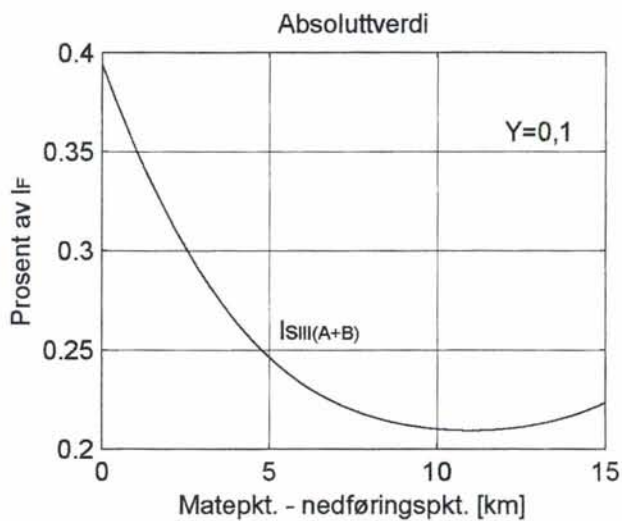
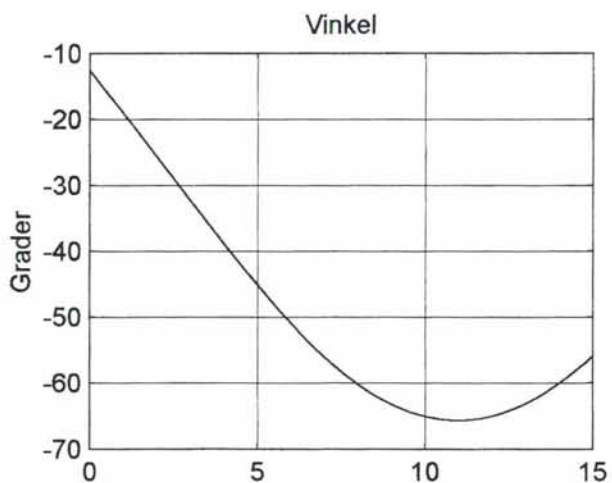
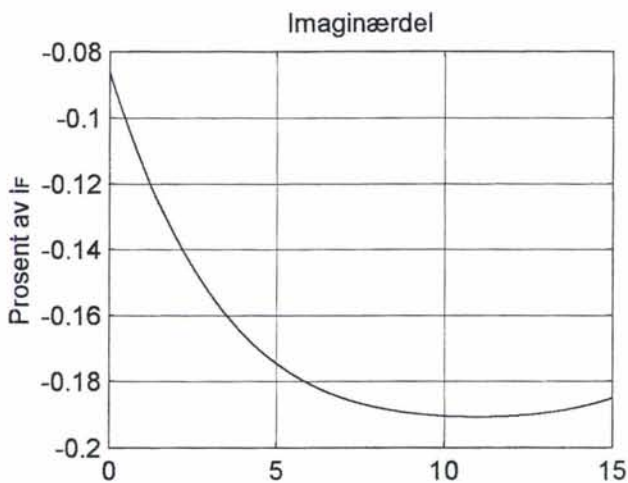
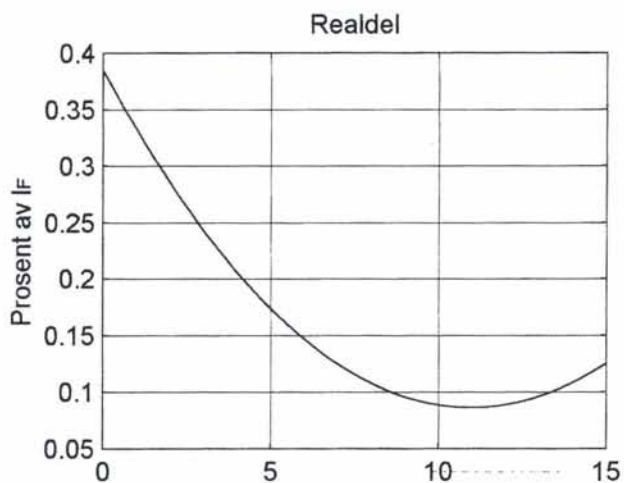
Vedlegg 14

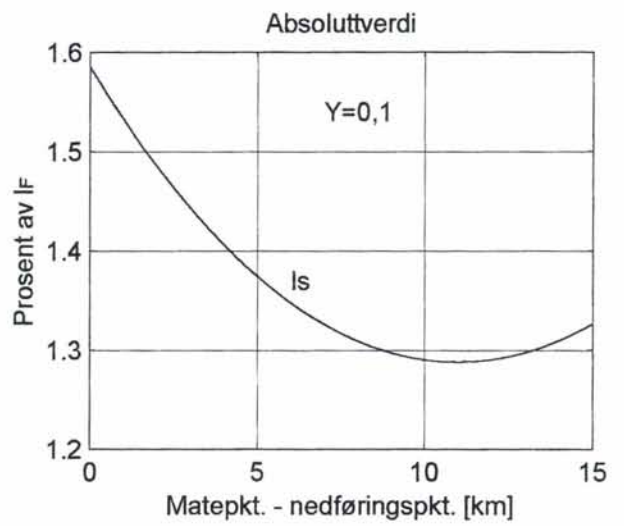
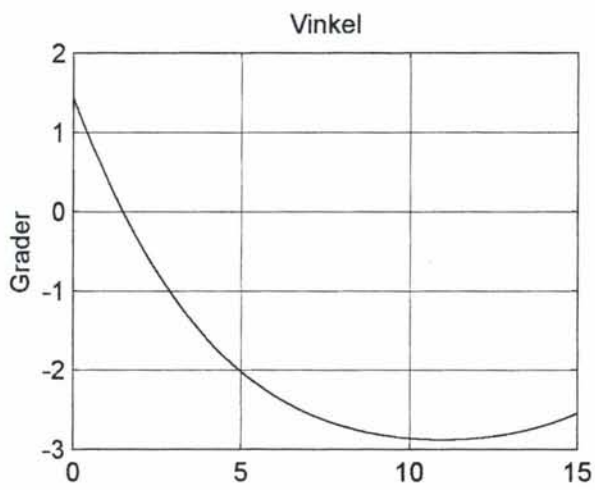
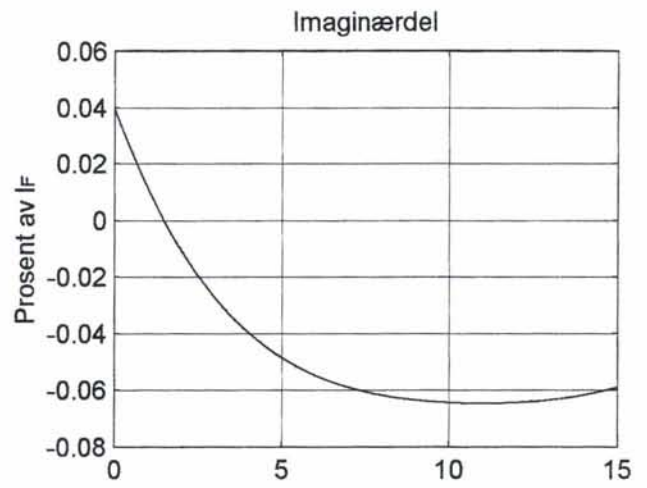
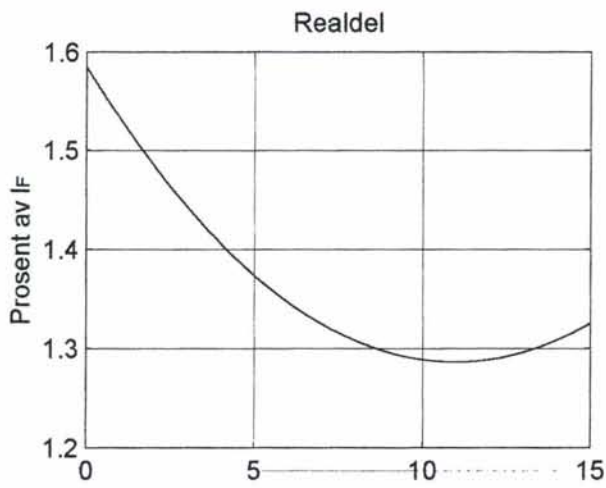


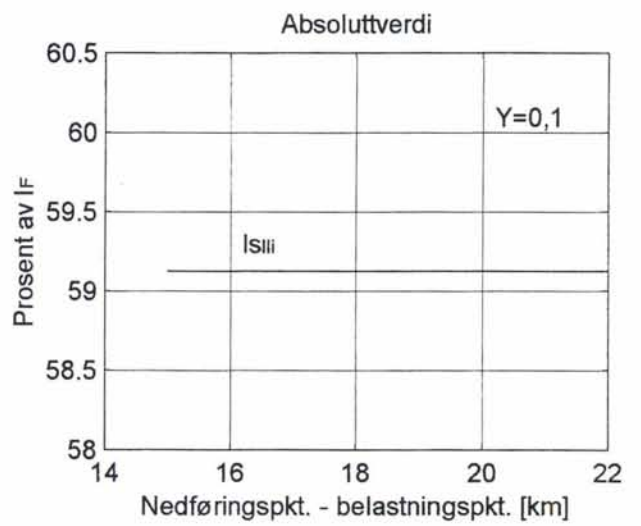
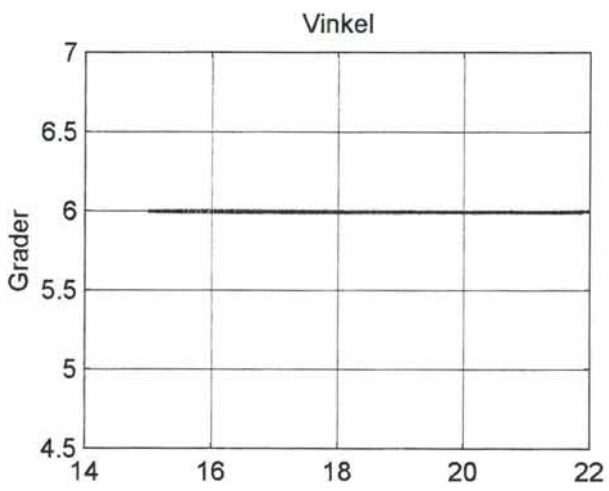
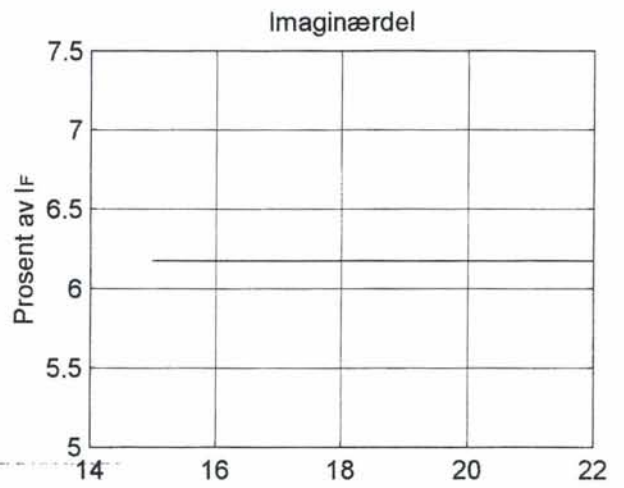
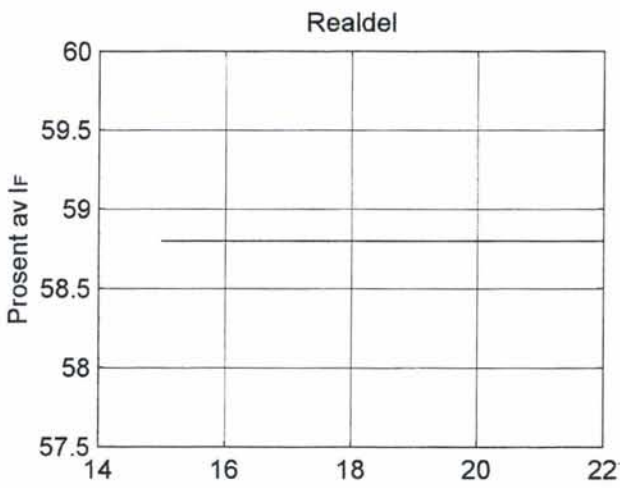




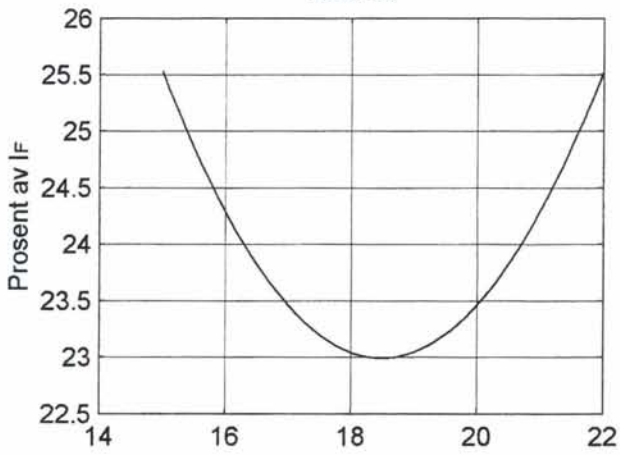
Vedlegg 17



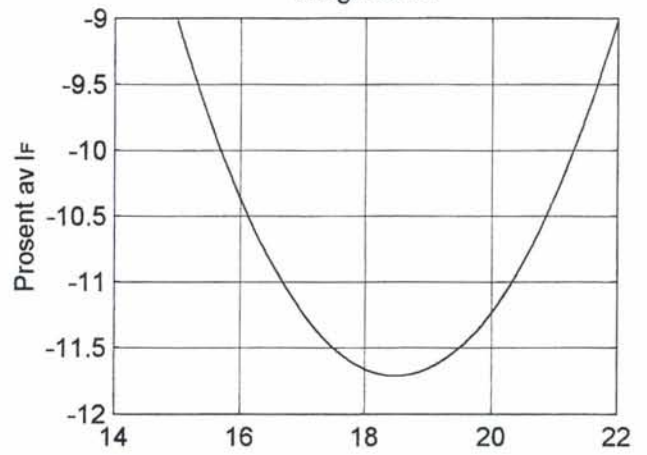




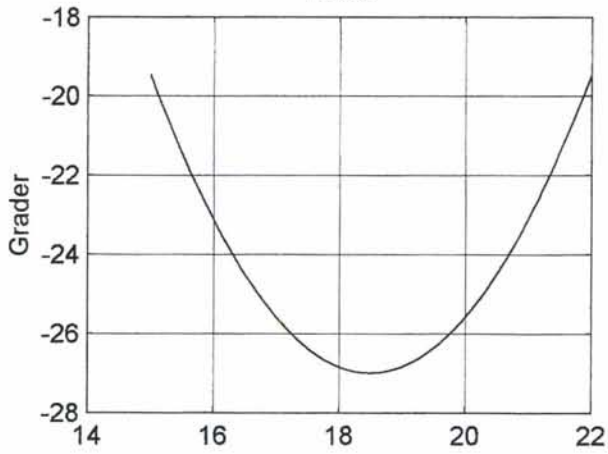
Realdel



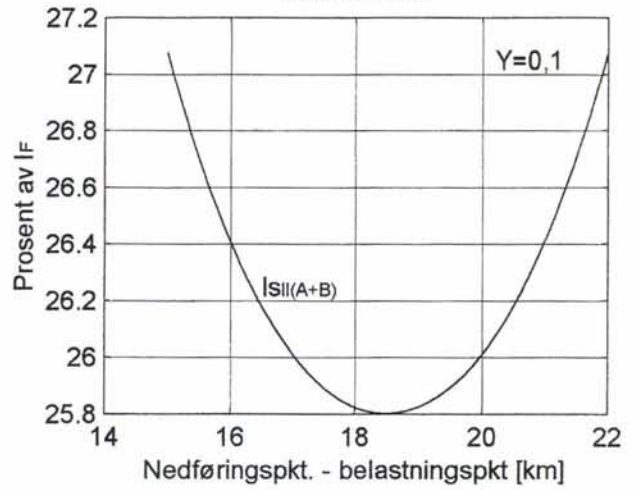
Imaginærdel



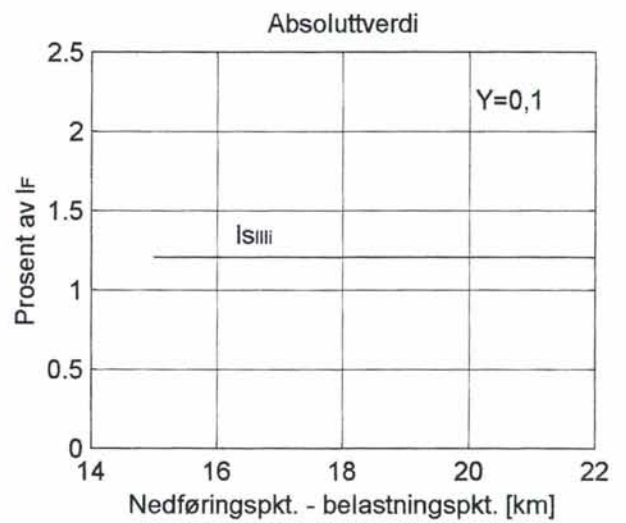
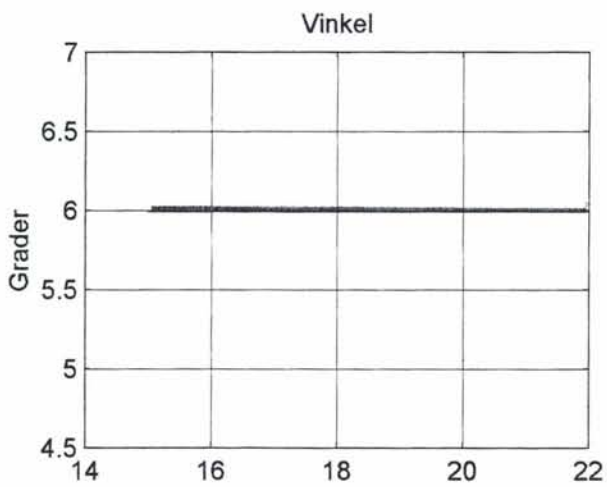
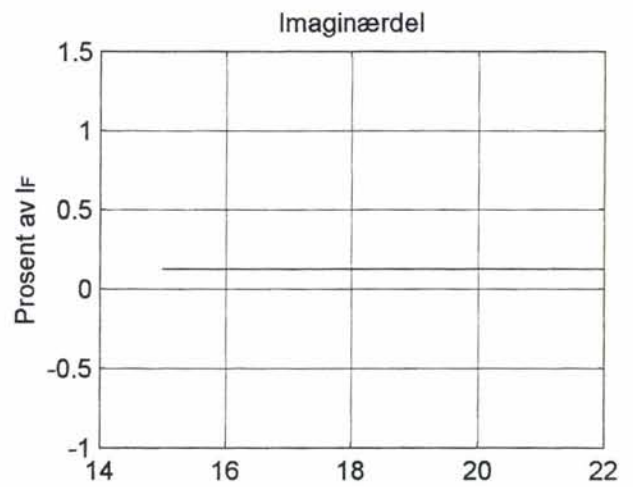
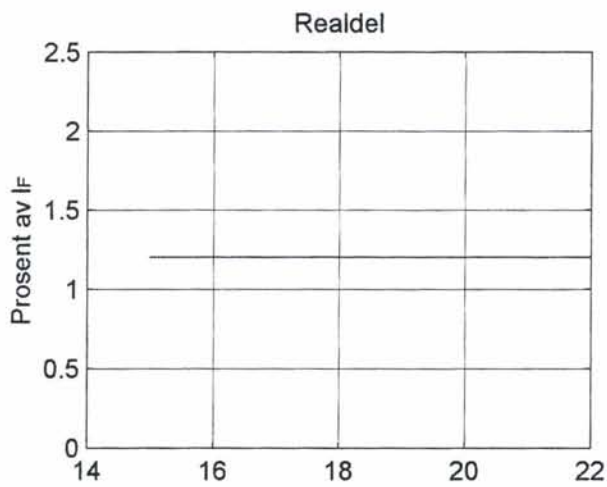
Vinkel



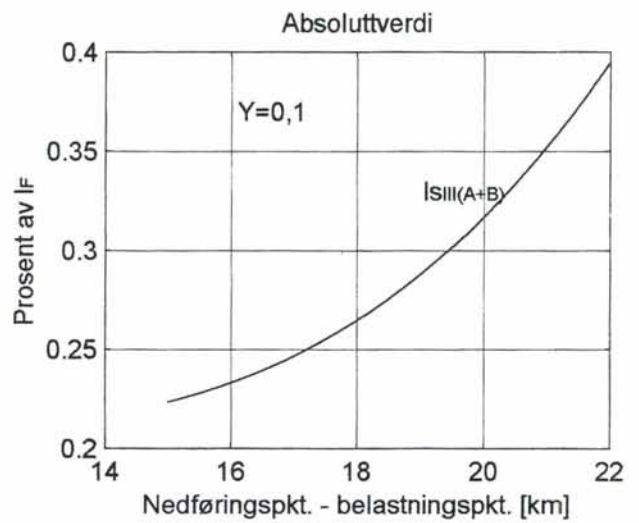
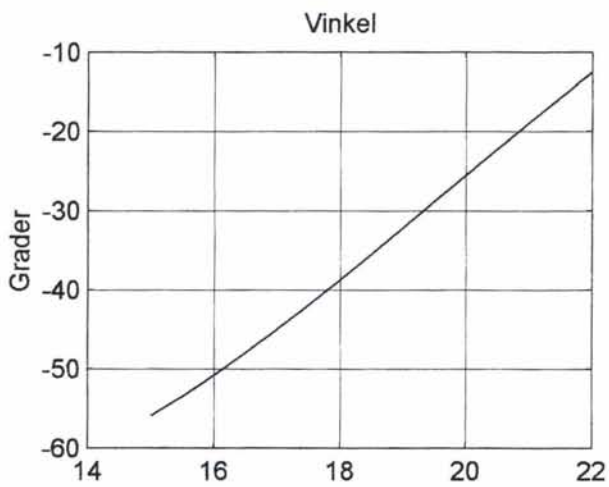
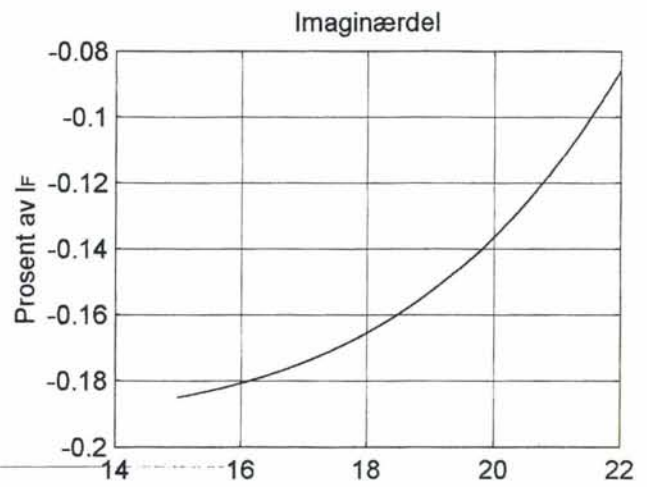
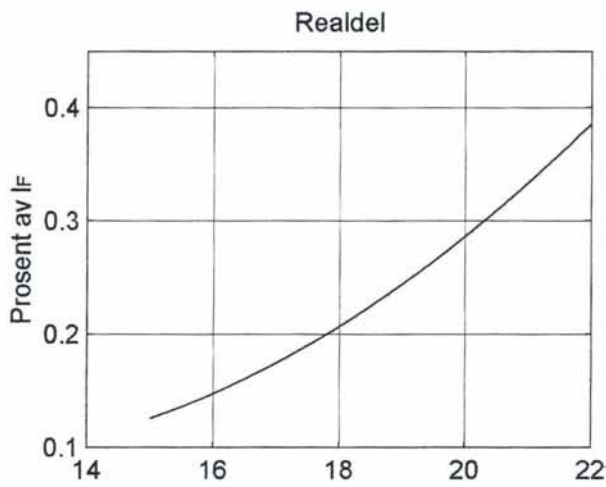
Absoluttverdi



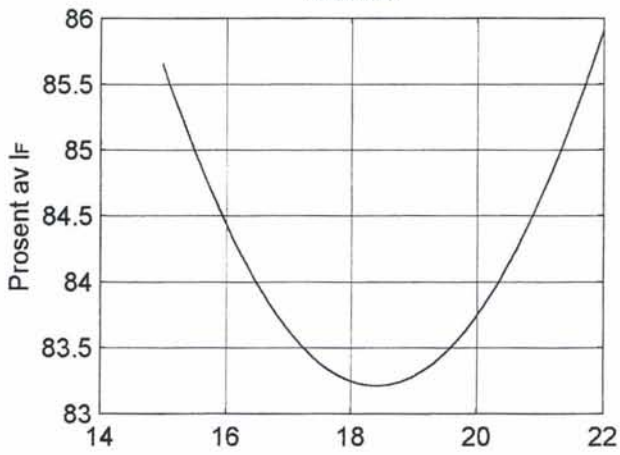
Vedlegg 21



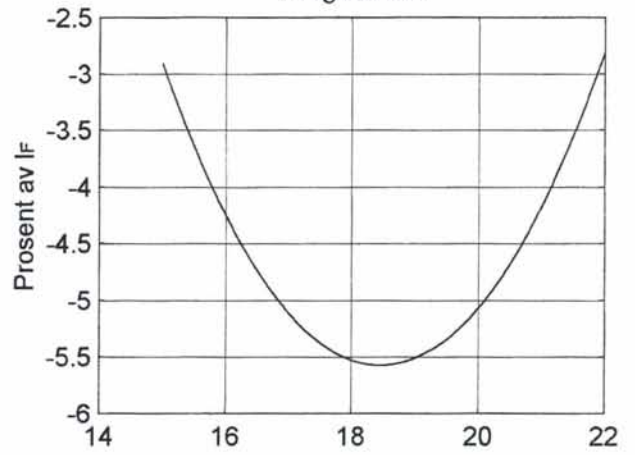
Vedlegg 22



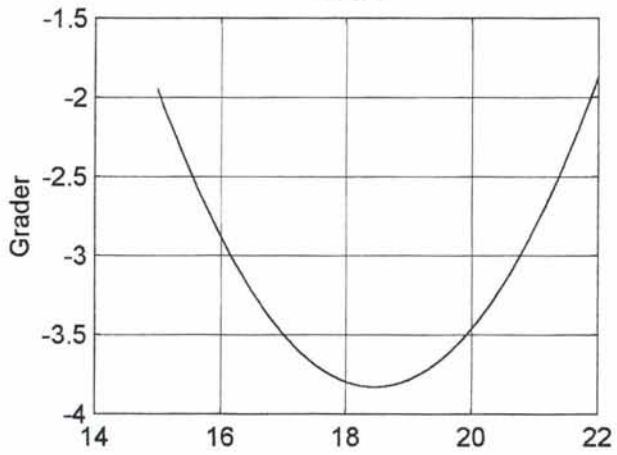
Realdel



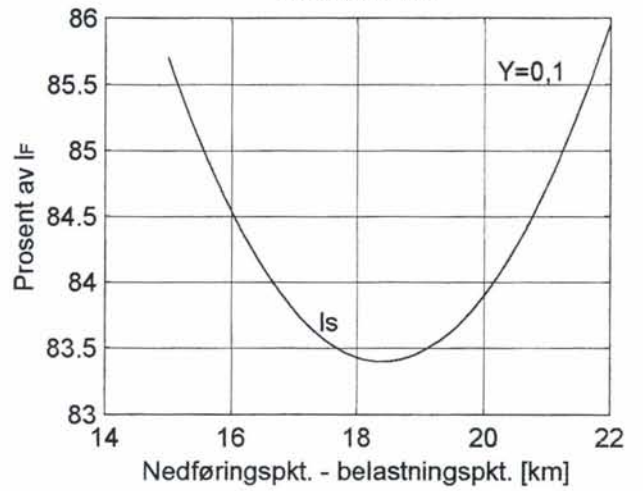
Imaginærdel

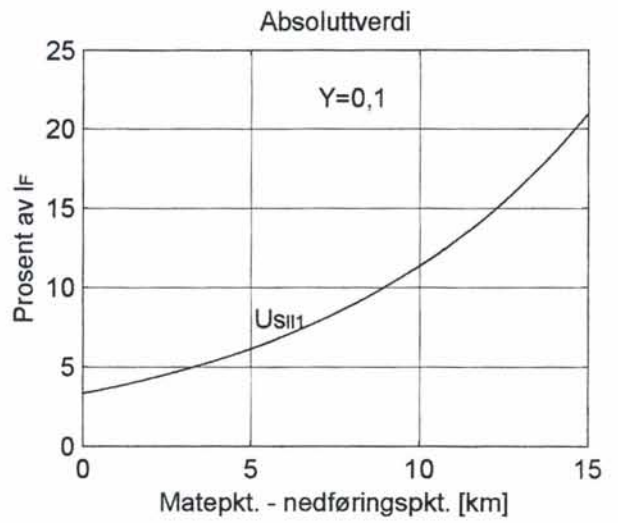
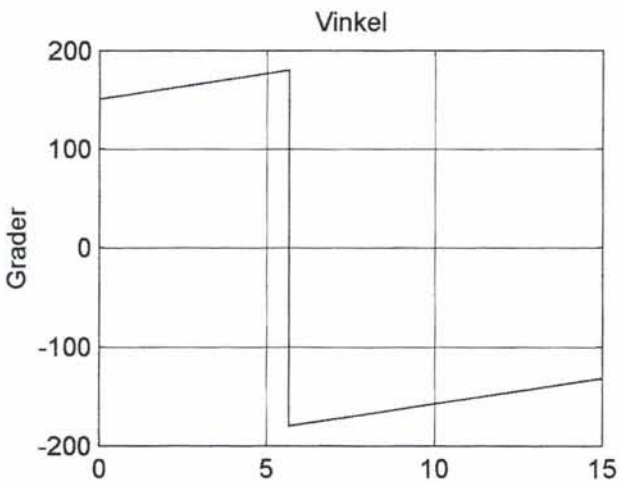
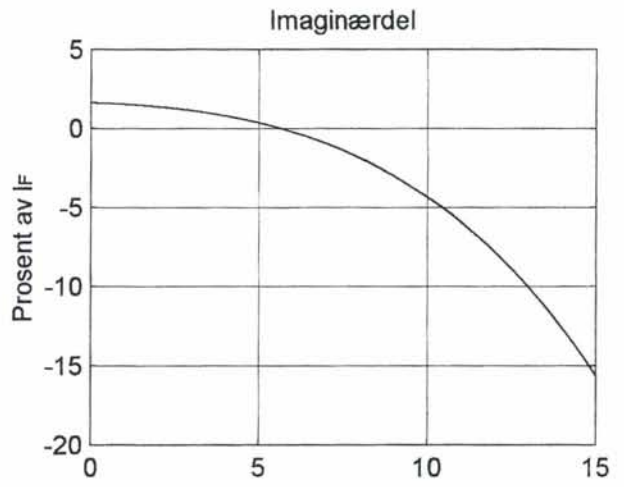
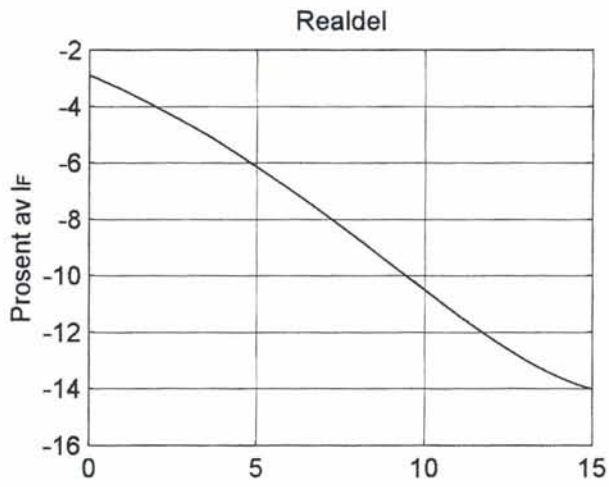


Vinkel

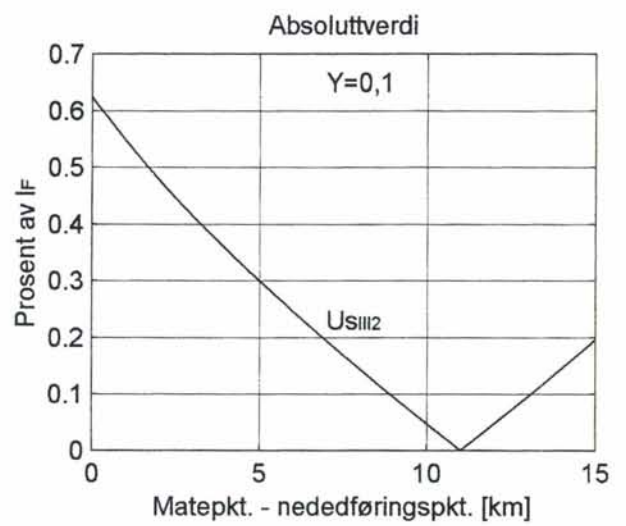
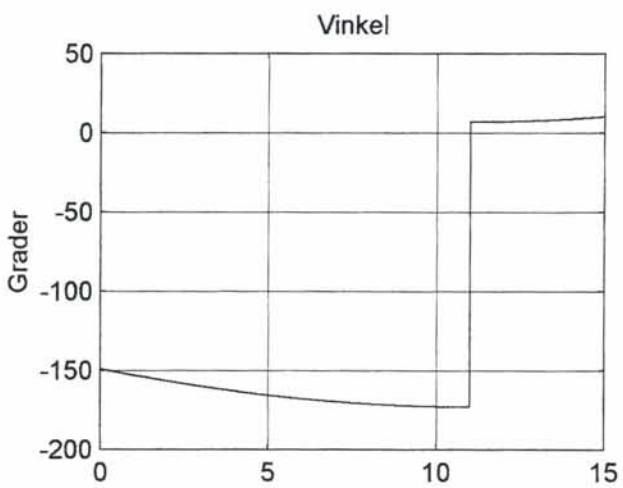
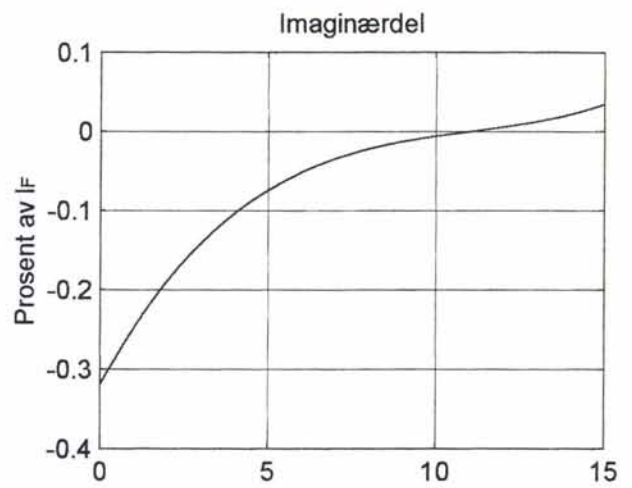
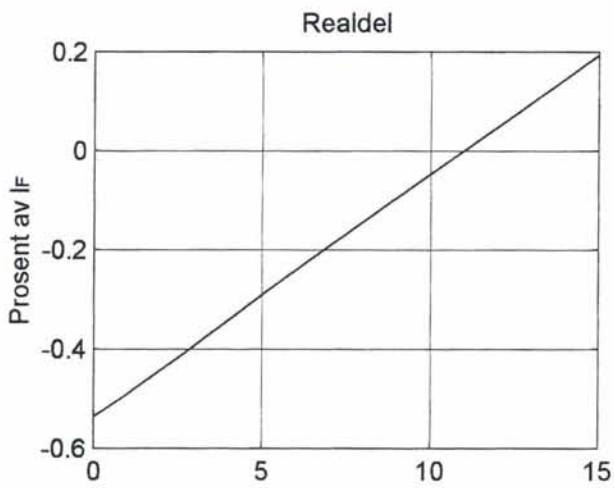


Absoluttverdi

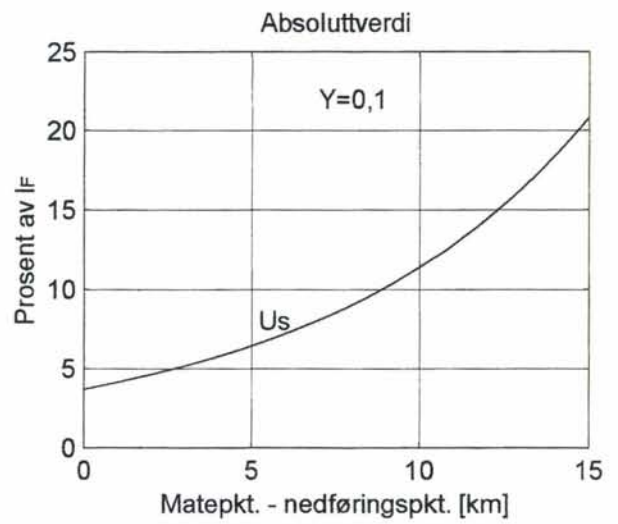
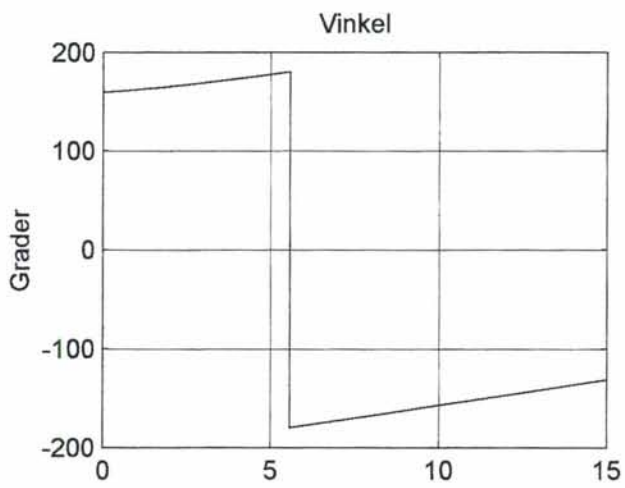
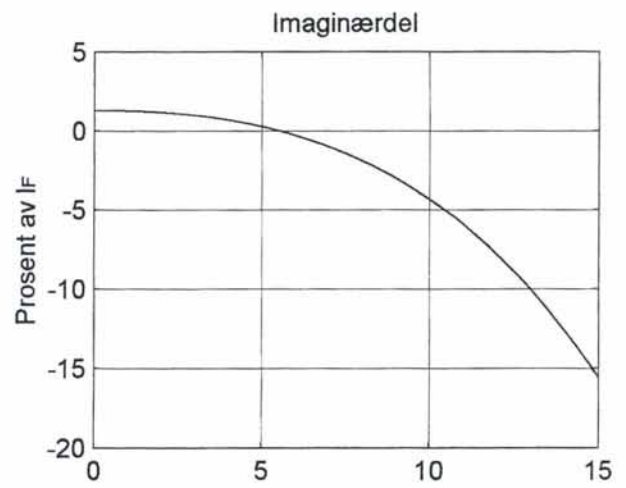
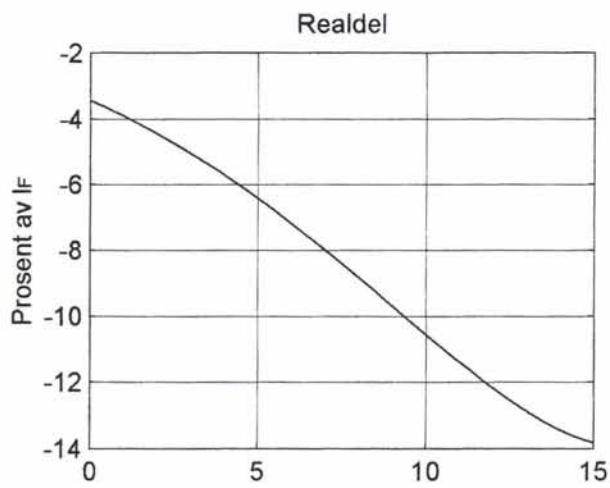




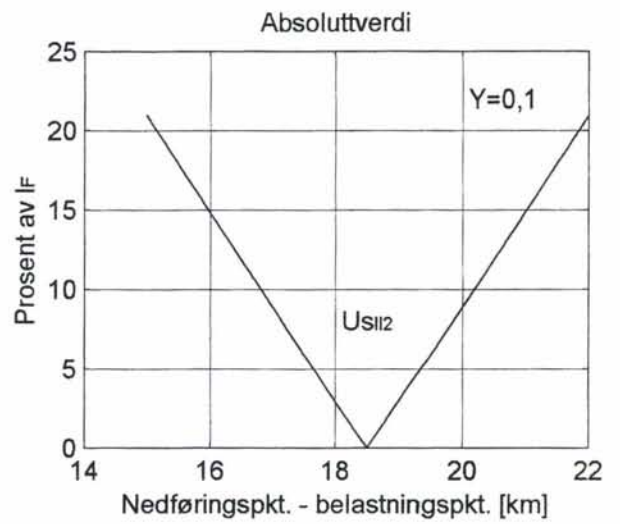
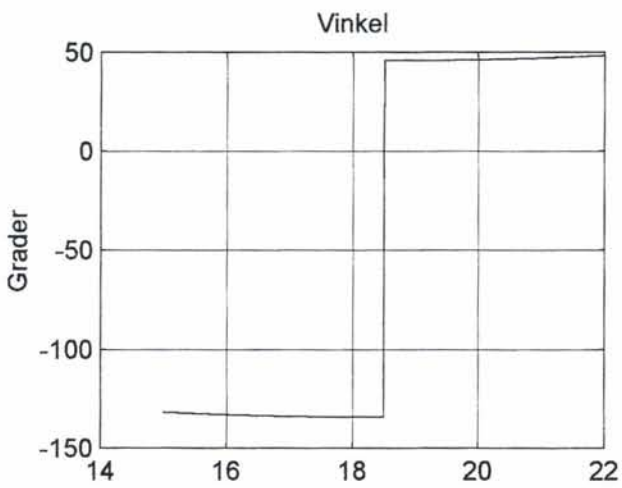
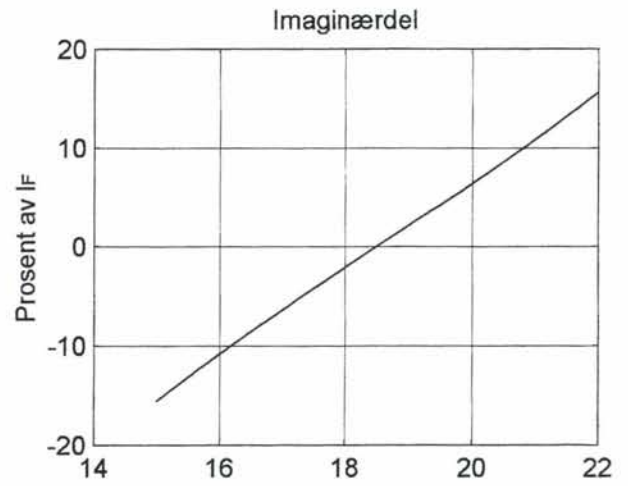
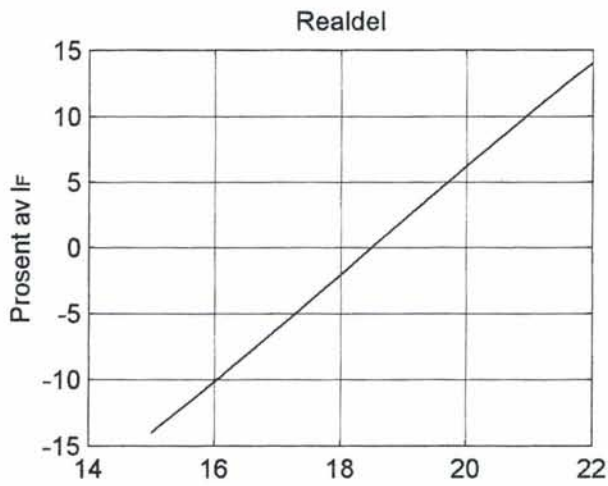
Vedlegg 25



Vedlegg 26



Vedlegg 27



Vedlegg 28

